

## Písomný výstup pedagogického klubu

1. Prioritná os	Vzdelávanie
2. Špecifický cieľ	1.1.1 Zvýšiť inkluzívnosť a rovnaký prístup ku kvalitnému vzdelávaniu a zlepšiť výsledky a kompetencie detí a žiakov
3. Prijímateľ	Gymnázium Mihálya Tompu Reformovanej kresťanskej cirkvi s vyučovacím jazykom maďarským
4. Názov projektu	Rozvoj gramotností na Gymnázium Mihálya Tompu Reformovanej kresťanskej cirkvi s vyučovacím jazykom maďarským
5. Kód projektu ITMS2014+	312011W809
6. Názov pedagogického klubu	Pedagogický klub pre matematickú gramotnosť
7. Meno koordinátora pedagogického klubu	Mgr. Zsolt Főző
8. Školský polrok	2.polrok 2019/2020
9. Odkaz na webové sídlo zverejnenia písomného výstupu	<a href="http://www.tmrg.sk">www.tmrg.sk</a>

10.

### Úvod:

#### Stručná anotácia

Problematike matematickej gramotnosti sa v súčasnej dobe venuje značná pozornosť. S tým súvisí potreba prehodnotiť prípravu žiakov na rôzne testy z matematiky - inovovať a prispôbovať výber a typ úloh. Predovšetkým úloh s takým kontextom, aby žiaci vhodným spôsobom zvládli dôležité testovania, ako sú testovanie T9 a Maturita, aby žiaci dosiahli porovnateľné alebo lepšie výsledky ako je celoslovenský priemer a výsledok škôl podobnými veľkosťami a zameraním.

Písomný výstup pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť vychádza z týchto potrieb. Členovia klubu sa rozhodli, že vytvoria materiál – zbierky úloh – s ktorými vytvoria postupy na zlepšenie výsledkov žiakov a zvýšenie matematickej gramotnosti žiakov. Vytvorené zbierky budú obsahovať úlohy podľa jednotlivých tematických celkov a v nich úlohy budú stavané podľa kognitívnej úrovni. Zbierky budú obsahovať aj úlohy riešiteľné s počítačovými programami, ako sú Excel a GeoGebra a popri prípade iné. Úlohy budú rozvíjať matematickú, aj čitateľskú gramotnosť žiakov a rozvíjajú ich kreativitu, IKT zručnosti, schopnosť riešiť problémové úlohy.

#### Kľúčové slová

- obsahový a výkonový štandard v uvedených predmetoch,
- kompetencie,
- matematická gramotnosť, čitateľská gramotnosť, IKT gramotnosť,
- metódy a formy moderného vyučovania,

- zbierky úloh,
- čísla, premenné a početné výkony s číslami,
- riešenie lineárnych rovníc a sústav lineárnych rovníc,
- riešenie kvadratických rovníc,
- graf funkcie jednej premennej
- Bloomová taxonómia
- Excel, GeoGebra

### Zámer a priblíženie témy písomného výstupu

Zámerom stretnutí je výmena skúseností medzi členmi klubu, ako aj získavanie nových poznatkov v rámci moderných metód vyučovania, vymieňanie skúseností a osvedčených postupov v príprave žiakov na dôležité testovania z matematiky.

#### Témy písomného výstupu:

1. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na čísla, premenné a početné výkony s číslami. Úlohy určené podľa kognitívnej úrovne Bloomovej taxonómie.
2. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na riešenie lineárnych rovníc a sústav lineárnych rovníc. Úlohy určené podľa kognitívnej úrovne Bloomovej taxonómie.
3. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na riešenie kvadratických rovníc. Úlohy určené podľa kognitívnej úrovne Bloomovej taxonómie.
4. Zbierka úloh obsahujúca úlohy spojené s funkciou jednej premennej. Úlohy riešiteľné s využitím programu Excel alebo s využitím programu GeoGebra.

### **Jadro:**

#### **Popis témy/problém**

V rámci písomného výstupu pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť boli v druhom polroku školského roka 2019/2020 činnosti klubu rozpracované nasledujúce témy a materiály:

- Na začiatku stretnutí členovia pedagogického klubu vyhľadali a porovnali výsledky z celoslovenského testovania žiakov:
  1. výsledky z maturity 2019 – zistili, že národný priemer podľa Núcem v školskom roku 2018/2019 bol 51,8 % a priemer školy – 4 žiakov bol 48,3%.
  2. výsledky z testovania T9 - školský priemer – 72,5% a priemer škôl: 63,1%.

Zistili, že možné príčiny sú v rôznych aspektoch ako napr. študenti sa neskôr rozhodnú, že idú maturovať z matematiky a preto prístup k predmetu a k riešeniu úloh nie je v takej hlbokej miere a posledný rok na prípravu nestačí v každom prípade. Niektorí študenti nemajú vhodne rozvinutú matematickú gramotnosť.

- Z testovania T9 máme veľmi malú skúsenosť, lebo škola sa prvýkrát zapojila do testovania. Príprava bola len v medziach hodiny matematiky. Napriek tomu škola dosiahla dobré výsledky.

Pedagogický klub navrhol zo skúsenosti kolegyne, aby sa príprava na T9 konala súbežne s hodinami matematiky mimo vyučovania na poobedňajších hodinách, na cvičeniach z matematiky. Na základe rozhodnutia vedenia školy bol vytvorený priestor pre študentov IV.O vo forme cvičenia z matematiky na dosiahnutie primeraných výsledkov v T9. Ďalší návrh klubu je vytvoriť zbierku úloh podľa cieľových požiadaviek z matematiky pre jednotlivé tematické okruhy.

- Ohľadom prípravy na maturitné skúšky z matematiky prítomní vyzdvihli, že škola zabezpečuje túto činnosť končiacich žiakov na seminároch z matematiky. Všetci prítomní majú skúsenosti na prípravu na maturitné skúšky. Dohodli sa, že treba vytvoriť zbierku úloh, v ktorých budú úlohy podľa tematických okruhov na rôznych kognitívnych úrovniach.
- Členovia klubu sa dohodli, že pri výbere úlohy do zbierky úloh budú dbať na úrovne podľa Bloomovej taxonómie: Úlohy vyžadujúce: pamäťové reprodukovanie poznatkov, jednoduché myšlienkové operácie s pojmami, zložité myšlienkové operácie s pojmami, prezentáciu poznatkov, tvorivé myslenie.

Členovia klubu určili, že úlohy je možné riešiť 3 rôznymi spôsobmi: metóda pokusu a omylu, metódou algoritmov, riešenie metódou Heuristických. Heuristika je metóda tvorivého riešenia problémov. Žiaci sa pri tom aktívne zúčastňujú na objavovaní nových poznatkov.

Pri riešení úloh viesť žiakov na nasledujúci postup: pochopenie úlohy, koncepcia plánu, realizácia plánu, kontrola riešenia.

Podľa testov sú príklady dvojakého typu: úlohy s otvorenou odpoveďou a úlohy s výberom odpovedí. V zbierke teda budú úlohy podľa týchto typov.


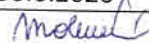
Na základe týchto predpokladov pedagogický klub vytvoril zbierky z nasledovných tematických celkov:

- Čísla, premenné a početové výkony s číslami
- Riešenie lineárnych rovníc a sústav lineárnych rovníc
- Riešenie kvadratických rovníc
- Graf jednej premennej
- Graf jednej premennej, úlohy riešené pomocou programu Excel
- Graf jednej premennej, úlohy riešené pomocou programu GeoGebra.



**Záver:****Zhrnutia a odporúčania pre činnosť pedagogických zamestnancov**

- členom klubu odporúčame zakomponovať vyhotovené materiály do výchovno-vzdelávacieho procesu
- členovia klubu poskytnú po implementácii pripravených materiálov ostatným členom spätnú väzbu
- členom klubu odporúčame preferovať moderné vyučovacie metódy, ktoré majú motivujúci charakter a rozvíjajú tvorivosť a samostatnosť v myslení, ako aj tímovú spoluprácu

11. Vypracoval (meno, priezvisko)	Zsolt Főző
12. Dátum	29.6.2020
13. Podpis	
14. Schválil (meno, priezvisko)	Beáta Molnár
15. Dátum	30.6.2020
16. Podpis	

### Kifejezések

1. Írd fel szorzat alakjában!

a)  $4(a^2 - b^2) - 9(a + b)^2$

b)  $(a + 2b)^2 - (a - 2b)^2$

c)  $x^3 - 5x^2 - x + 5$

d)  $2ac + 2bc + ad + bd$

e)  $a^3 - 4a^2 - a + 4$

f)  $9x^2 - 36y^2$

2. Egészítsd ki!

a)  $49 - ? = (? - 2x) \cdot (7 + ?)$

b)  $(2a + ?)^2 = ? - 20ab + 25b^2$

c)  $(3x + ?)^2 = ? + 24x + ?$

d)  $(2x + ?)^2 = ? + ? + 36$

e)  $x^2 - ? = (x + 5) \cdot (? - ?)$

f)  $(6 + ?)^2 = 36 - 12x + ?$

3. Fejezd ki a zárójelben lévő ismeretlent!

a)  $\rho = \frac{m}{V}$  (V)

b)  $S = 2 \cdot \pi \cdot r(r + v)$  (v)

c)  $Q = c \cdot m(t_1 - t_2)$  (m)

d)  $S = \frac{a + c}{2} m$  (m)

e)  $V = r^2 \cdot \pi \cdot m$  (m)

f)  $v = v_0 - g \cdot t$  (t)

g)  $E = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$  (h)

h)  $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$  ( $F_2$ )

i)  $F = (m_1 + m_2)a$  ( $m_1$ )

j)  $I = \frac{U}{R + R_0}$  ( $R_0$ )

k)  $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$  (v)

l)  $P = 3b \cdot \sqrt{\frac{x}{x - a}}$  (a)

m)  $A = r^2 \cdot \pi + r \cdot a \cdot \pi$  (a)

n)  $v = 2 \cdot \sqrt{\frac{x - a}{x + a}}$  (x)

4. Hozd egyszerűbb alakra, és értelmezd!

a)  $\frac{x^3 - x^2}{x^2 - 1} \cdot (x + 1)$

b)  $\frac{x + 1}{x^2 - 2x} + \frac{x + 1}{x^2 + 2x} - \frac{2x}{x^2 - 4}$

c)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} : \frac{x^2 + x}{x - 1}$

d)  $\left( a - \frac{4ab}{a + b} + b \right) : \left( \frac{a}{a + b} - \frac{b}{b - a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2} \right)$

e)  $\left( \frac{1}{a + 1} - \frac{2a}{a^2 - 1} \right) \cdot \left( \frac{1}{a} - 1 \right)$

f)  $\left( \frac{2x^2 - 4x + 2}{x^2 - 1} : \frac{6x - 6}{x + 1} \right) \cdot \frac{3}{x + 1}$

g)  $\frac{5}{x - 3} + \frac{x + 5}{x + 3} - \frac{x - 9}{x^2 - 9}$

h)  $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2} : \frac{a - b}{a^2 + ab}$

i)  $\frac{u^2 - 4}{6 + 6u} \cdot \frac{3u^2 + 3u}{u^2 - 4u + 4}$

j)  $\frac{4x}{16x^2 - 4} \cdot (20x + 10)$

k)  $(3x^2 - 3xy) \cdot \frac{2x - 2y}{x^2 - 2xy + y^2}$

l)  $\left( a + \frac{a^2}{a - 1} \right) \cdot \left( \frac{a + 1}{2a^2 - a} \right)$

m)  $\frac{2a}{a^2 - 1} \cdot (a + 1)^2$

n)  $\frac{a^2 - 25}{a^2 - 3a} : \frac{a^2 + 5a}{a^2 - 9}$

o)  $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{(x + y)^2}{xy}$

p)  $\frac{x^2 - y^2}{3x} : \frac{(x + y)^2}{3x + 3y}$

5. Határozd meg, mely  $x$  esetében lesz az adott  $\frac{3x - 5}{2x + 1}$  tört:

- a) egyenlő nullával
- b) nincs értelme
- c) egyenlő eggyel

## Gyökvonás

1. Melyik a nagyobb?

a)  $6\sqrt{5}$  vagy  $5\sqrt{7}$

b)  $3\sqrt[3]{4}$  vagy  $2\sqrt[3]{11}$

c)  $2\sqrt[4]{10}$  vagy  $3\sqrt[4]{2}$

d)  $2\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$  vagy  $\sqrt{64 - 8\sqrt{55}}$

e)  $4\sqrt{2} - 2\sqrt{7}$  vagy  $\sqrt{60 - 16\sqrt{14}}$

2. Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

a)  $3\sqrt{72} + 2\sqrt{32} - \frac{2}{3}\sqrt{18} =$

b)  $3\sqrt{12} - \frac{2}{5}\sqrt{75} + 4\sqrt{48} =$

c)  $2 \cdot \sqrt[4]{160} + 3 \cdot \sqrt[4]{810} - \sqrt[4]{6250} =$

d)  $2\sqrt[3]{8a^4} - 5 \cdot \sqrt[3]{a^4} + 4\sqrt[3]{27a^4} =$

e)  $3 \cdot \sqrt[3]{125a^6b^4} + \sqrt[3]{8a^3b^7} - a\sqrt[3]{27a^3b^4} =$

f)  $\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}} =$

g)  $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3}}$

h)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt[5]{7} =$

i)  $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt{a}} =$

j)  $\sqrt[3]{12 - 3\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{12 + 3\sqrt{7}} =$

k)  $\left(\sqrt{7 + \sqrt{24}} - \sqrt{7 - \sqrt{24}}\right)^2 =$

3. Gyöktelenítsd a következő törtek nevezőjét!

a)  $\frac{4}{3\sqrt{5}}$

b)  $\frac{6}{4 - \sqrt{3}}$

c)  $\frac{7 - \sqrt{2}}{7 + \sqrt{2}}$

d)  $\frac{5\sqrt{3}}{3 - 5\sqrt{3}}$

e)  $\frac{10}{3\sqrt[3]{5}}$

f)  $\frac{7}{2\sqrt[3]{a^4}}$

4. Mely valós számokra értelmezhetők a következő kifejezések?

a)  $\sqrt{\frac{2}{3x+15}}$

b)  $\sqrt{3x^2 - 75}$

5. A változók mely értékeire áll fenn az egyenlőség?

a)  $\sqrt{25a^2 - 10a + 1} = 5a - 1$

b)  $\sqrt{b^2 - 4b + 4} = 2 - b$

c)  $\sqrt[5]{a^5} = a$

d)  $\sqrt[6]{d^6} = d$

### Hatványok

#### 1.feladatsor

1. Adott az  $f: y = \frac{50 - 7x}{\sqrt{x^2 - x - 6}}$  függvény. Határozd meg az értelmezési tartományát!

A :  $\mathbb{R} - \{-2, 3\}$       B :  $\mathbb{R}$       C :  $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$       D :  $\langle -2, 3 \rangle$  / 4p /      E :  $\emptyset$

F: egyik sem

2. Egyszerűsítsd az alábbi kifejezést !

$$\frac{(9x^2 y^3)^4 \cdot (3xy^2)^6}{(5x^3 y^4)^3 \cdot (5xy^5)^3} = \quad \quad \quad / 3p /$$

A :  $\frac{9y^3}{x^4}$       B :  $\frac{3^{14} \cdot x^2}{5^6 \cdot y^3}$       C :  $\frac{3y^3}{x^4}$       D :  $\frac{3y^2}{x^2}$       E : 1      F :  
egyik sem

3. Végezd el a következő műveleteket ! Mennyi az eredmény ?

$$2^{-1} - (-2)^0 + 2^{-3} \cdot \left[ 4^2 - \frac{1}{2^{-4}} + 2^2 \right]$$

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $-\frac{1}{4}$       C)  $\frac{3}{2}$       D) 0      E) 2      F) egyik sem

4. Rendezd növekvő sorrendbe a következő kifejezéseket !

$$x = 3^5 \quad y = -\frac{1}{5^9} \quad z = \left(-\frac{1}{3}\right)^8$$

A)  $x < y < z$       B)  $y < z < x$       C)  $z < x < y$       D)  $x < z < y$       E)  $y < x < z$       E) egyik sem



5. Az alábbi kifejezések közül, melyik az, amelyiknek az értéke nagyobb mint 1 ?

A)  $(-5)^3$    B)  $3^{-1}$    C)  $2^0$    D)  $\frac{3^2}{2^4}$    E)  $\left(\frac{1}{2}\right)^7$    F) egyik sem

6. Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezést !

$$(5 + \sqrt{5})^2 =$$

A) 30   B) 20   C) 50   D)  $30 + 10\sqrt{5}$    E)  $40 + \sqrt{5}$    F) egyik sem

7. A következő 5 állítás közül hány igaz ?

$$\sqrt{-\frac{1}{3}} = -\sqrt{\frac{1}{3}} \quad \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10} \quad (\sqrt{3})^4 = \sqrt{(-3)^4} \quad {}_5\sqrt{5} = (\sqrt{5})^3$$

A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5   F) egyik sem

8. Mennyivel egyenlő ?

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} =$$

A)  $\frac{32}{243}$    B)  $-\frac{32}{243}$    C)  $\frac{243}{32}$    D)  $-\frac{243}{32}$    E)  $-\frac{10}{3}$    F) egyik sem

9. Ábrázold a következő függvényt !

$$f: y = \sqrt{(3-x)^2}$$

10. Ábrázold a függvényt és írd le a tulajdonságait !

$$g: y = \sqrt{x+2} - 1$$

## 2. feladatsor

1. Adott az  $f: y = \frac{5-x}{\sqrt{x^2-9}}$  függvény. Határozd meg az értelmezési tartományát!

A :  $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$

B :  $\mathbb{R}$

C :  $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

D :  $\langle -3, 3 \rangle$

E :  $\emptyset$

/ 4p /

2. Egyszerűsítsd az alábbi kifejezést !

$$\frac{\left(\sqrt[3]{10\sqrt{8}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt[4]{25\sqrt{8}}\right)^{-2}} =$$

- A)  $\sqrt[5]{2\sqrt{5}}$  B)  $\sqrt{2^{-5}}$  C)  $\sqrt[4]{2^{-7}}$  D)  $\sqrt[3]{2^{-4}}$  E)  $\sqrt[3]{5}$  F) egyik sem megoldása

3. Végezd el a következő műveleteket ! Mennyi az eredmény ?

$$8^0 + (-4)^1 + 2^{-1} \cdot \left[ \frac{1}{8^{-1}} + (-2)^3 + 2^5 \right]$$

- A)  $\frac{15}{4}$  B)  $-\frac{7}{2}$  C)  $\frac{35}{4}$  D) 19 E) -7 F) egyik sem

4. Rendezd növekvő sorrendbe a következő kifejezéseket !

$$x = (-2)^7 \quad y = \frac{1}{7^5} \quad z = \left(-\frac{1}{5}\right)^3$$

- A)  $x < y < z$  B)  $y < z < x$  C)  $z < x < y$  D)  $x < z < y$  E)  $y < x < z$  E) egyik sem

5. Az alábbi kifejezések közül, melyik az, amelyiknek az értéke kisebb mint 1 ?

- A)  $(-7)^4$  B)  $5^0$  C)  $99^{-2}$  D)  $\frac{3^3}{5^2}$  E)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-9}$  F) egyik sem

6. Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezést !

$$(3 - \sqrt{3})^2 =$$

- A) 6 B) 12 C)  $\sqrt{3}$  D)  $12 - 6\sqrt{3}$  E)  $6 - 6\sqrt{3}$  F) egyik se

7. A következő 5 állítás közül hány igaz ?

$$\sqrt{\frac{1}{5^2}} = \frac{1}{5} \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{10} \quad 2\sqrt{2^3} = (\sqrt{2})^5 \quad \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad \sqrt{(-2)^3} = -(\sqrt{2})^3$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5 F) egyik sem

8. Mennyivel egyenlő ?

$$\left(-\frac{3}{8}\right)^{-3} =$$

- A)  $\frac{27}{512}$     B)  $-\frac{27}{512}$     C)  $\frac{512}{27}$     D)  $-\frac{512}{27}$     E)  $-\frac{81}{512}$     F) egyik sem

9. Ábrázold a következő függvényt !

$$f: y = \sqrt{(x-2)^2}$$

10. Ábrázold a függvényt és írd le a tulajdonságait !

$$g: y = \sqrt[3]{x-1} + 2$$

## Feladatgyűjtemény az oszthatósággal kapcsolatban

### 1. Feladat

Határozzák meg milyen számok kerülhetnek az ismeretlenek helyébe:

- a)  $36 \mid \overline{52x2y}$
- b)  $72 \mid \overline{x378y}$
- c)  $45 \mid \overline{24x68y}$
- d)  $48 \mid \overline{24x68y}$
- e)  $99 \mid \overline{62xy427}$

### 2. feladat

Határozzák meg az  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ismeretleneket úgy, hogy az adott számok oszthatóak legyenek 396-tal:

- a)  $\overline{xy243z}$
- b)  $\overline{xy342z}$
- c)  $\overline{243xyz}$

### 3. feladat

Határozzák meg a  $b$  ismeretlent úgy, hogy az adott szám osztható legyen 12-vel :  $\overline{2345b6}$  .

### 4. feladat

Az  $\overline{abcd}$  szám osztható 4-gyel úgy, hogy a  $\overline{bacd}$  osztható 7-tel, az  $\overline{acbd}$  szám 5-tel az  $\overline{abdc}$  szám 9-cel. Melyik az  $\overline{abcd}$  szám?



### 5. feladat

Legyen az  $n = \overline{111k333}$  egy 3999 számjegyű szám. A szám első 1999 számjegye 1, a szám végén 1999 3-as található. Köztük a  $k$  számjegy található. Határozzák meg a  $k$  számjegy értékét, ha az  $n$  osztható 7 –tel.

### 6. feladat

Határozza meg az  $ab$  számot és a  $c$  számjegyet, ha érvényes:  $\overline{1185184} \cdot \overline{ab} = \overline{cccccc00}$ .

### 7. feladat

Az  $abba$  számra érvényes:  $27(\overline{ba} - \overline{ab}) + 47 = \overline{abba}$ . Melyik 4-jegyű szám lesz az  $abba$  ?

### 8. feladat

Határozzák meg az  $a, b, c, d$  számjegyek értékét, ha érvényes:  $\overline{a^{bb}} = \overline{bccbdc}$ .

### 9. feladat

Oldja meg az egyenletet:

$$\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 1773$$

### 10. feladat

Határozza meg azt a számot, amely 17-szer nagyobb számjegyei összegénél!

### 11. feladat

Határozza meg azt a háromjegyű számot, amely ötször nagyobb számjegyei szorzatánál!

### 12. feladat

Találja meg azokat a 4-jegyű számokat, amelyek oszthatóak az összes számjegyükkel!

**13. feladat**

Határozza meg azt a 4-jegyű  $\overline{abcd}$  számot, amelyre érvényes:  $\overline{abcd} - \overline{dcba} = 1008$ .

**14. feladat**

Határozza meg az összes természetes számot, mely harmadik hatvány  $1981$ -re végződik!

**15. feladat**

Bizonyítsa be:  $\overline{\quad}$

Ha egy szám, az  $6AB73$  osztható  $99$ -cel, akkor osztható  $19$ -cel is.

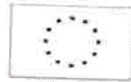
**16. feladat**

Bizonyítsa be, hogy az adott számok nem lehetnek négyzetszámok:

- a)  $\overline{abab}$
- b)  $\overline{ababab}$
- c)  $\overline{abcabc}$

**17. feladat**

Bizonyítsa be, hogy  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$  nem lehet négyzetszám!



## EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK

### Elsőfokú egyenletek megoldása mérleg elvvel

Az egyenletek megoldása során a következő lépéseket hajtjuk végre:

- a kijelölt műveletek elvégzésével, az egynemű kifejezések összevonásával rendezzük az egyenletet
- a mérlegelv vagy a lebontogatás alkalmazásával megoldjuk az egyenletet;
- ellenőrizzük a megoldást.

1.) Oldja meg a következő egyenleteket az egész számok halmazán!

a) $3(x + 1) - 2(x - 3) - 4(x - 1) = 4$	b) $4(x + 3) - 3(x + 2) - (x + 1) - x = 0$
c) $4(x + 3) - 3(x - 3) - 4(x - 1) = 10$	d) $4x - 3(20 - x) = 6x - 7(11 - x) - 1$
e) $2 + 3(x - 5) = 6x - 1$	f) $4x - 2 - 2(2x - 1) + 1 = 6 - (2x + 1)$

2.) Oldja meg az egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

a) $5(2x - 3) + 7 < 12 - 5(x + 1)$	b) $4(2x + 5) \leq 2(3x + 6) + 2$
c) $3(8x - 20) \leq 5(4x - 10) - 30$	d) $7(3x - 20) - 1 > 6(5x - 40)$
e) $24 < 3(4x - 20) - 6(x - 3)$	f) $9(2x + 5) - 3(7x + 15) \geq 3$

3.) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{5x + 4}{2} + 7 = 14$	b) $\frac{2x - 1}{3} - \frac{3x - 1}{4} = x + 1$
c) $\frac{2x + 1}{7} - \frac{x - 1}{2} = x - 3$	d) $\frac{x}{3} + \frac{x + 3}{5} - \frac{x - 2}{2} = \frac{x - 2}{5}$
e) $5x + \frac{8 - 3x}{7} - \frac{2x + 5}{3} = 19$	f) $\frac{x - 4}{3} - \frac{x - 3}{4} = x - \frac{6x + 1}{6}$

4.) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $-\frac{6}{x - 3} = 0$	b) $\frac{2x + 2}{x - 1} = 4$
c) $\frac{2x + 4}{x - 2} = 3$	d) $\frac{4x - 6}{5x - 7} = 9 - \frac{3x - 19}{5x - 7}$
e) $\frac{12x - 9}{3x - 2} + \frac{6x - 54}{2 - 3x} = 2$	f) $\frac{7}{x + 3} + \frac{5}{x - 3} = \frac{3}{x^2 - 9}$

## Abszolútértékes egyenletek

5.) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a)  $|x + 1| = 7$

b)  $|x - 4| = 10$

c)  $|x - 3| - 1 = 5$

d)  $|2x - 5| = 9$

e)  $|2x - 3| = 5$

f)  $3|x| + 1 = |x| + 7$

g)  $|x + 1| + |x - 3| = 8$

h)  $|x + 3| + |x - 5| = 20$

## Két ismeretlenes egyenletrendszerek

6.) Oldja meg az alábbi egyenletrendszereket a valós számok halmazán!

a)  $y = 11 - 2x$   
 $5x - 4y = 8$

b)  $x = 2 + y$   
 $3x - 2y = 9$

c)  $x + 5y = 7$   
 $3x - 2y = 4$

d)  $-30x + 8y = 122$   
 $-3x + y = 10$

e)  $4x + 3y = 57$   
 $-3x + y = -20$

f)  $-30x + 8y = 122$   
 $-3x + y = 10$

g)  $7x - 32y = 2$   
 $x - 5y = -1$

h)  $-5x + 7y = -29$   
 $x - 3y = 1$

i)  $0,75x - 0,25y = 0,75$   
 $4x - y = 2$

## Szöveges egyenletek

### Szöveges feladatok megoldásának menete

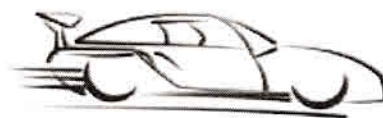
- Olvassa végig a feladat szövegét, és becsülje meg az eredményt!
  - Azt is gondolja végig, hogy milyen szám lehet, vagy nem lehet a megoldás (pl. fél ember, vagy hosszúság negatív nem lehet, stb.)
- Jelölje valamilyen betűvel az ismeretlent, és ezt írja is le!
  - Általában - *de nem mindig* - azt a mennyiséget célszerű ismeretlennek választani, amit válaszban meg kell adni.
  - Készítsen ábrát! egy jó ábra sokszor megkönnyíti a feladat megoldását.
- Fordítsa le a szöveget a matematika nyelvére!



- Érdemes a feladatban szereplő adatokat kigyűjteni és közöttük számszerű összefüggéseket keresni.
- Gondolja végig, hogy hogyan lehet egyenlőséghez jutni (ebből lesz az egyenlet)!
  - Vigyázzon, ha a szöveg azt mondja, hogy egy mennyiség öttel kevesebb a másíknál, akkor nem kivonni, hanem hozzáadni kell ötöt, hogy fennálljon az egyenlőség!
- Írja fel az egyenletet és oldja meg!
- Az eredményt vizsgálja meg: vesse össze a becsléssel, ellenőrizze a feladat szövege alapján!
- Mindenképp írjon szöveges választ!

Forrás: <https://sites.google.com/site/kotetetlentanulas/home/matek/algebra/>

- 7.) Gergőnek és Zsuzsinak összesen 137 Ft-ja van. Ha Zsuzsi kapna még 23 Ft-ot, akkor mindkettőnek ugyanannyi pénze lenne. Hány forintja van Gergőnek, hány forintja van Zsuzsinak?
- 8.) Két raktárban összesen 385 500 téglá volt. Amikor az első raktárba még 26 400 téglá érkezett, a másíkból pedig 85 700 téglát elszállítottak, akkor a két raktárban ugyanannyi téglá maradt. Hány téglá volt eredetileg a raktárakban?
- 9.) Iskolánkban általános iskola és gimnázium is működik. A beiratkozáskor összesen 764 tanulót vettek fel. Később az általános iskolába még 26-an, a gimnáziumba 18-an iratkoztak be. Ezzel ugyanannyi lett az általános iskolások és a gimnazisták létszáma. Hány általános iskolás és hány gimnazista iratkozott be eredetileg hozzánk?
- 10.) Két könyvszekrényben együtt 1 660 könyv volt. Amikor az egyik szekrényből kivettek 45 könyvet, és a másíkból háromszor annyit, akkor mindegyik szekrényben ugyanannyi könyv maradt. Hány könyv volt eredetileg az egyes szekrényekben?
- 11.) Gergő és Bea egyszerre indulnak el otthonról a szomszéd faluba. Bea kerékpárral, Gergő motorral indul útnak. Bea egyenletesen megy 12 km/h sebességgel, Gergő ugyancsak egyenletesen motorozik 48 km/h sebességgel. Bea 2,5 órával később ér a szomszéd faluba. Milyen messze van a falu?
- 12.) Reggel 6 órakor indul egy tehervonat Szegedről 35 km/h sebességgel, fél 9-kor indul utána egy személyszállító vonat 60 km/h átlagsebességgel. Mikor éri utol a személyvonat a tehervonatot? Milyen messze lesznek ekkor Szegedtől?
- 13.) 414 km-es távolság két végpontjából egyszerre indul egy 56 km/h átlagsebességű tehergépkocsi és egy 82 km/h átlagsebességű személygépkocsi egymással szembe. Hány órá múlva találkoznak? Hány km-t tesznek meg ez alatt?



## Feladatok gyakorlásra

### Egyenletek

**Oldjuk meg az egyenleteket a valós számok halmazán, és végezzük el a próbát**

1.  $1 - \frac{2u-5}{6} = \frac{3-u}{4}$
2.  $2x - \frac{x+3}{5} - \frac{2x-5}{3} = 9$
3.  $\frac{2x-5}{3} - \frac{x}{4} = \frac{5(x+1)}{6}$
4.  $\frac{3(2x-4)}{2} - \frac{x-3}{3} = 3$
5.  $\frac{1}{3} + \frac{5(x+3)}{6} = \frac{3(x-1)}{2} - \frac{x-3}{3}$
6.  $2x+5 = \frac{10x-1}{3} + \frac{5x+3}{2}$
7.  $\frac{7y-1}{3} + \frac{5+3y}{2} = 5y-6$
8.  $2\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3x = \frac{4}{3}\left(18 - \frac{3x}{2}\right) - 4$
9.  $a + \frac{a-3}{5} - \frac{a-2}{3} = 5 + \frac{a}{4}$
10.  $x + \frac{3x-1}{2} - \frac{3x+1}{5} = 5$
11.  $\frac{3(x-1)}{4} - \frac{2(2x-1)}{3} = 2 - \frac{5(x+1)}{6}$
12.  $\frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7}\right) = 36$
13.  $\frac{5x+1}{3} - \frac{17-x}{2} = \frac{3x+1}{8} + 15$
14.  $\frac{2x-1}{5} - \frac{1-3x}{2} - \frac{10x-3}{50} = 2(x+1)$
15.  $2\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x}{4}$
16.  $\frac{4(3-2x)}{3} - \frac{3-x}{2} = 1 - \frac{x}{6}$
17.  $\frac{2}{3}x - \left(1 - \frac{2x-5}{2}\right) = \frac{1}{2} - x$
18.  $2 - \frac{x-10}{2} = \frac{5x-2}{7}$
19.  $\frac{5x-4}{6} - \frac{3x-2}{4} = \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3}$
20.  $x + 1\frac{1}{2}x + 9 = \frac{2}{3}x + 4 + \frac{5}{6}x - \frac{6}{5}x + \frac{1}{5}$
21.  $2x - \frac{3}{5}x = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} - \frac{2}{5}x + 2$
22.  $1 - \frac{6-2x}{3} = x - \frac{x+3}{2}$
23.  $(2x-3) - (x+2) - (3x-1) = (5x+7) - (7x+11)$
24.  $(x-3)(x+4) - 2(3x-2) = (x-4)^2$

## Egyenletrendszerek

Oldjuk meg az egyenletrendszereket a valós számok halmazán, és végezzük el a próbát!

$$1. \begin{cases} \frac{2x-y+3}{3} - \frac{x-2y+3}{4} = 4 \\ \frac{3x-4y+3}{4} + \frac{4x-2y-9}{3} = 4 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{3x-2y}{5} - \frac{3y-5x}{3} = x+1 \\ \frac{2x-3y}{3} + \frac{4x-3y}{2} = y+1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2 - \frac{x+7y}{5} = 7x-5y+4 \\ 7x-5y+4 = -\frac{1}{3}[5+3(x-3)-y] \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = \frac{2(x-y)}{5} \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = 2y-x \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2\left(u - \frac{v}{2}\right) + 3 = \frac{u-v}{2} \\ \frac{u+3v}{2} = 2 - \frac{u-v}{2} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{5x-3}{2} - \frac{4y-3}{5} = x+y \\ \frac{5y-1}{3} - \frac{3x-1}{4} = x-y \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \frac{x+y}{3} + x = \frac{5}{3} - 2y \\ y - \frac{y-3x}{5} = x - 22 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 0,4r - 0,7s = 5,3 \\ 1,2r - 3,5s = 3,3 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \frac{2x-3}{4} - \frac{3y+2}{5} = \frac{11}{20} \\ \frac{3x+1}{2} + \frac{y+4}{6} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \frac{x+y}{3} + x = 15 \\ y = \frac{y-x}{5} + 6 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} \frac{m}{6} + \frac{n}{2} = 13 \\ \frac{m}{2} - \frac{n}{3} = 6 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{x+2}{3} + 5y = \frac{11}{3} \\ \frac{x+1}{5} - \frac{y-2}{2} = 10 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2 + \frac{x+y}{3} = -\frac{y}{5} \\ \frac{2x-y}{3} = 5 + \frac{2y}{5} \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{2x-3y}{3} + \frac{4x-3y}{2} = y+1 \\ \frac{3x-2y}{5} + \frac{5x-3y}{3} = x+1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 7 + \frac{x-3y}{4} = 2x - \frac{y+5}{3} \\ \frac{10(x-y) - 4(1-x)}{3} = y \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 0,75x - 0,25y = 0,75 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$17. \frac{4x}{3} + y - 5 = 0$$

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{10} - \frac{1}{2} = 0$$

$$19. \frac{2x+1}{5} + x = \frac{3y+2}{7} + 2y$$

$$\frac{3x-1}{4} + y = 2x - \frac{7y+2}{6}$$

$$18. 4\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{5}\right) - \frac{7x+2y}{10} = 6$$

$$6\left(x + \frac{y}{10}\right) - \frac{8x+y}{2} = 1$$

$$20. 0,5x + 3 = \frac{2}{3}y$$

$$-3x = 0,5 - 4y$$



## A MÁSODFOKÚ EGYENLET

1. Oldjuk meg az egyenleteket!

a)  $x^2 = 9$

b)  $5x^2 = 125$

c)  $42x^2 = 0$

d)  $6x^2 = -24$

e)  $-x^2 = -1$

f)  $-x^2 = 0$

g)  $x^2 - 7 = 9$

h)  $3x^2 - 27 = 0$

i)  $1 - 4x^2 = 0$

j)  $x^2 + 25 = 0$

k)  $(x-2)^2 = 36$

l)  $(5-3x)^2 = 25$

m)  $\left(\frac{x+3}{5} - 4\right)^2 = 49$

n)  $\left(1 + \frac{3}{x}\right)^2 = 16$

o)  $\left(\frac{6}{1-2x} - \frac{2}{3}\right)^2 = -1$

p)  $\left(7x - \frac{4}{3}\right)^2 + 6 = 31$

q)  $1 + \left(1 - \frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 = 101$

r)  $\frac{3x^2 - 11}{4} + \frac{74 - 2x^2}{6} = 20$

2. Oldjuk meg az egyenleteket!

a)  $x^2 + x = 0$

b)  $-5x^2 - 10x = 0$

c)  $-7x^2 + x = 0$

d)  $9x - 6x^2 = 0$

e)  $10x^2 = 25x$

f)  $x^2 \cdot 8 = -\frac{1}{2}x$

g)  $\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$

h)  $3x^2 + 6x = 8x^2 - 9x$

i)  $\frac{4x - x^2 + 2}{2} = 2x^2 + 5x + 1$

3. Oldjuk meg az egyenleteket!

a)  $x^2 - 2 = 0$

b)  $\frac{x^2}{4} = 49$

c)  $4x^2 = 11$

d)  $\frac{15}{4}x^2 - 303,75 = 0$

e)  $4x^2 - 0,64 = 0$

f)  $100x^2 - 1000 = 0$

g)  $x^2 + 1 = 0$

h)  $x(x-3) = 4x - 6x^2$

i)  $5x^2 - 8x + 3(x+2)x = 0$

4. Oldjuk meg teljes négyzetes kifejezéssel alakítással a következő egyenleteket!

a)  $x^2 - 4x + 4 = 0$

b)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

c)  $x^2 - 4x - 96 = 0$

d)  $x^2 - 2x + 1 = 0$

e)  $x^2 - 2x - 3 = 0$

f)  $x^2 - 2x + 8 = 0$

g)  $x^2 + 6x - 7 = 0$

h)  $x^2 + 10x + 24 = 0$

i)  $x^2 + x + 0,25 = 0$

j)  $x^2 + x = 30$

k)  $2x^2 + 4x + \frac{7}{4} = 0$

l)  $3x^2 - 24x - 252 = 0$

### A megoldó képlet alkalmazása

5. Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán a megoldó képlet segítségével!

a)  $2x^2 - 4x - 6 = 0$ ;

b)  $x^2 + 7x + 10 = 0$ ;

c)  $x^2 - 6x + 8 = 0$

d)  $x^2 + 9x + 20 = 0$

e)  $x^2 + x - 12 = 0$

g)  $5x^2 + 7x + 2 = 0$

h)  $5x^2 - 26x - 24 = 0$

i)  $x^2 + 8x + 16 = 0$

j)  $9x^2 - 6x + 1 = 0$

k)  $2x^2 - 3x + 8 = 0$

m)  $3x^2 - 8x + 4 = 0$

n)  $8x^2 - 16x + 9 = 0$

o)  $16x^2 + 16x + 3 = 0$

p)  $27x - 3x^2 - 42 = 0$

q)  $18x - 3x^2 - 24 = 0$

$$t) -60+2x^2-2x=0$$

$$u) 4x^2-224+4x=0$$

$$v) x^2-4=+3x$$

$$w) 6x = x^2 + 5;$$

$$x) 2x^2 = x + 3;$$

$$y) 0 = x^2 - 8x;$$

$$z) x^2 - 9 = 0;$$

$$80-x^2=x^2+6x$$

$$80+x(3x+8)=2x(x-5)$$

6. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

$$a) (1+2x)(3-x)+x^2=9$$

$$b) 9x^2-9x+2=(3x-1)(3x-2)$$

$$c) 47-x(3x+4)=2(17-2x)-62$$

$$d) 10(x-2)+19=(5x-1)(1+5x)$$

$$e) (x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$$

$$f) (3x-4)^2-(6x-7)^2=0$$

$$g) \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} = 2$$

$$h) \frac{x^2+6x-7}{3x^2-x-2} = 5$$

$$i) \frac{-3x^2+x}{3x^2-4x+1} = 3$$

$$j) \frac{x+4}{3} = \frac{2x+1}{x}$$

$$k) \frac{12}{x} - \frac{7x-6}{6} + 5x - 26 = 0$$

$$l) \frac{3x-7}{x+5} = \frac{x-3}{x+2}$$

$$m) x(2x+3) = -12x-6$$

$$n) 8x(x+2)+3(x+1)+1=0$$

$$o) (1+2x)(3-x)+x^2=9$$

$$p) \frac{x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{3x^2-10x}{15}$$

$$q) \frac{x^2-7x}{3} - 1 = \frac{11x}{10} - \frac{x-4}{3}$$

$$r) 1 - \frac{2x^2-3x}{2} = \frac{(3x-1)^2}{5} - \frac{(x+3)^2}{5}$$

$$s) \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{4(1+x^2)}{x^2} - \frac{6}{x}$$

$$t) \frac{2}{x+1} - 2 = \frac{x}{x-1}$$

$$u) \frac{6}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} = 3$$

$$v) \frac{2(3x+4)}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$w) \frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = \frac{64}{x^2-16}$$

## A diszkrimináns

7. Az egyenletek gyökeinek kiszámolása nélkül döntsük el, hogy hány valós gyökük van a következő egyenleteknek!

$$a) 6x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$b) 6x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$c) -3x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$d) -x^2 + 10x - 25 = 0$$

$$e) 2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$f) -3x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$g) 7x^2 - x + 3 = 0$$

## Viète-formulák alkalmazása

(A másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggések)

8. Írj fel legalább két olyan másodfokú egyenletet (a lehető legegyszerűbb alakban), amelynek gyökei az alábbiak. Amelyikben nem egész számok az együtthatók, azt alakítsd egész együtthatóssá!

$$a) 5 \text{ és } 2;$$

$$b) 7 \text{ és } 4$$

$$c) 3 \text{ és } -8;$$

$$d) -4 \text{ és } 7;$$

$$e) -1 \text{ és } -2;$$

$$f) 0 \text{ és } -1$$

$$g) -3 \text{ és } \frac{1}{2};$$

$$h) -0,1 \text{ és } -3!$$

## A másodfokú egyenlet gyöktényezős alakja

9. 1. Oldd meg az előző feladatot a gyöktényezős alak segítségével!

9. 2. Bontsuk fel elsőfokú tényezők szorzatára az alábbi polinomokat!

$$a) x^2 - 2x - 3$$

$$b) 2x^2 - 7x + 3$$

$$c) 6x^2 + 5x - 6$$

$$d) -20x^2 + 7x + 6$$

$$e) 72y^2 - 67y + 15$$

$$f) -m^2 - 4m + 5$$

$$a) \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 3x - 6};$$

$$b) \frac{6x^2 + x - 2}{-2x^2 + 5x - 2};$$

$$c) \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 6x + 8};$$

$$d) \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x^2 + x - 15}$$

### Paraméteres feladatok

11. Milyen  $k$  valós szám esetén lesz az

a)  $x^2 - 7x + k = 0$  egyenlet egyik gyöke  $-2$ ?

b)  $x^2 + kx - 15 = 0$  egyenlet egyik gyöke  $5$ ?

c)  $5x^2 - 19x + k = 0$  egyenlet egyik gyöke  $3$ ?

d)  $kx^2 - 19x - 2 = 0$  egyenlet egyik gyöke  $-0,1$ ?

e)  $x^2 - kx + a^2 - b^2 = 0$  egyenlet egyik gyöke  $(a+b)$ ?

12. Milyen  $p$  valós paraméter esetén lesz igaz a  $x^2 - 6x + p = 0$  egyenletre, hogy

a) egy valós gyöke van;

b) két különböző valós gyöke van;

c) nincs valós gyöke?

13. Milyen  $m$  valós paraméter esetén lesz igaz a  $3x^2 - 12x + 2m = 0$  egyenletre, hogy

a) egy valós gyöke van;

b) két különböző valós gyöke van;

c) nincs valós gyöke?

14. Milyen  $k$  valós paraméter esetén lesz igaz a  $kx^2 + 3x - 5 = 0$  egyenletre, hogy

a) egy valós gyöke van;

b) két különböző valós gyöke van;

c) nincs valós gyöke?

15. Milyen  $q$  valós paraméter esetén lesz igaz a  $2x^2 + qx + 18 = 0$  egyenletre, hogy

a) egy valós gyöke van;

b) két különböző valós gyöke van;

c) nincs valós gyöke?

### Másodfokú egyenletrendszerek

16. Oldjuk meg az  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  halmazon a következő egyenletrendszereket!

$$a) \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - y = 3 \\ xy = 10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y + x^2 = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x^2 - y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} xy = 8 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 2x + 3y = -15 \\ xy = -9 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3x + 4y = -18 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x^2 - y^2 = 64 \\ xy = 60 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x^2 + y^2 = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} x^2 + xy = 40 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} xy + x = 40 \\ x + y = 10 \end{cases}$$



## Másodfokú egyenltre vezető szöveges feladatok

17. Két egymás után következő természetes szám szorzata 552. Melyik ez a két szám?
18. Egy ballagó osztályban mindenki megajándékozta, minden osztálytársát a saját fényképével. Mennyi volt az osztálylétszám, ha 1056 fénykép cserélt gazdát?
19. Melyik az a két szám, melynek összege 31, szorzata 240?
20. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 3-szor akkora, mint a másik. Területe  $7,5 \text{ cm}^2$ . Mekkora a befogói?
21. Egy téglalap területe  $192 \text{ cm}^2$ , kerülete 56 cm. Mekkora az oldalai?
22. Egy téglalap kerülete 42 cm, átlója 15 cm. Mekkora az oldalai?
23. Egy téglalap kerülete 85 cm, átlója 32,5 cm. Mekkora a területe?
24. Egy téglalap kerülete 40 cm. A téglalap oldalai fölé írt négyzetek területeinek az összege  $208 \text{ cm}^2$ . Mekkora a téglalap oldalai?
25. Egy sakkverseny minden résztvevője pontosan egy játszmát játszott a többi résztvevő mindegyikével. Ezen a versenyen összesen 153 partit játszottak le. Hányan vettek részt a sakkversenyen?
26. Két szám szorzata 60, négyzetük összege 169. Melyik ez a két szám?
27. Két szám összege 25, négyzetük összege 373. Melyik ez a két szám?
28. Két szám különbsége 2, köbük különbsége 98. Melyik ez a két szám?
29. Két szám összege 14, köbük összege 854. Melyik ez a két szám?
30. Két szám négyzetösszege 8,5. A két szám szorzata 3,75. Melyik ez a két szám?
31. Két szám szorzata 36, négyzetük összege 97. Melyik ez a két szám?
32. Két szám összege 10, szorzata 9. Mennyi e számok negyedik hatványainak összege?
33. Hány oldalú az a két sokszög, melyben az oldalak számának összege 20, az átlóké 79?
34. Két szám összege, szorzata, hányadosa ugyanaz. Melyik ez a két szám?
35. Derékszögű háromszög területe  $55 \text{ cm}^2$ , átfogója  $\sqrt{221} \text{ cm}$ . Mekkora a befogói?

## Másodfokú egyenltre visszavezethető magasabb fokú egyenletek

36. Oldd meg az alábbi magasabb fokú, másodfokúra visszavezethető egyenletet!
- |                             |                             |                           |
|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| a) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$ ; | f) $2x^4 + 2x^2 - 4 = 0$ ;  | j) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ |
| b) $16x^4 - 17x^2 + 1 = 0$  | g) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$ ;   | k) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$ |
| c) $2x^4 - x^2 - 1 = 0$     | h) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$     |                           |
| d) $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$    | i) $-x^6 - 19x^3 + 216 = 0$ |                           |
| e) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$    |                             |                           |

## Másodfokú egyenlőtlenségek

37. Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket, majd adjuk meg és ábrázoljuk a számegyenesen a megoldáshalmazt!
- |                     |                        |                      |
|---------------------|------------------------|----------------------|
| a) $x^2 > 1$        | g) $x^2 - 9 < 0$       | l) $2x(2 - x) < 0$   |
| b) $x^2 \geq 1$     | h) $x^2 - 9 \leq 0$    | m) $4x^2 + x \geq 0$ |
| c) $x^2 < 1$        | i) $5(x^2 - 16) > 0$ , | n) $7x^2 - 3x < 0$   |
| d) $x^2 \leq 1$     | j) $x(x - 3) > 0$      | o) $15x^2 > 4x$      |
| e) $x^2 - 9 > 0$    | k) $3x(x + 5) < 0$     |                      |
| f) $x^2 - 9 \geq 0$ |                        |                      |
38. Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket, majd adjuk meg és ábrázoljuk a számegyenesen a megoldáshalmazt!
- |                           |                            |                            |
|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a) $x^2 - 6x + 5 > 0$     | c) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$   | e) $2x^2 - 2x - 12 \geq 0$ |
| b) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$  | d) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$  | f) $x^2 - 5x + 6 > 0$      |
| g) $x^2 - 5x + 8 > 0$     | j) $-2x^2 + 5x + 7 \leq 0$ | m) $x^2 - 6x + 10 < 0$     |
| h) $-x^2 + x + 6 \geq 0$  | k) $-x^2 + x + 20 > 0$     |                            |
| i) $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$ | l) $x^2 - 6x + 10 < 0$     |                            |

## Négyzetgyökös egyenletek

39. Oldd meg az alábbi egyenletet!

a)  $\sqrt{x} = x$

b)  $\sqrt{x} = -x$

c)  $\sqrt{x} = x - 2$

d)  $\sqrt{x+2} = x - 4$

e)  $\sqrt{x} = 2x - 6$

f)  $\sqrt{x^2 - 7} = 3$

g)  $\sqrt{x} + 1 = 2x$

h)  $\sqrt{x} + 6 = x$

i)  $\sqrt{x+1} + 1 = x$

j)  $\sqrt{x^2 - 12} = \sqrt{x}$

k)  $\sqrt{x+2} = \sqrt{8-x^2}$

l)  $\sqrt{x-3} = x-9$

m)  $\sqrt{5-x} = x-3$

n)  $x = \sqrt{3x-6} + 2$

o)  $3x - \sqrt{2x+2} = 1$

p)  $\sqrt{6-2x} - 9 = x$



## A hatvány és lineáris törtfüggvény

1. Definiálja a hatvány függvényt! / 1p /
2. Érvényes-e a következő állítás:  
Az  $f: y = x^{-4} - 2$  függvény páros.
- A) igaz      B) hamis / 2p /
3. Rajzoljon fel egy olyan hatvány függvényt, mely páratlan és csökkenő! / 2p /
4. Az adott állítások közül, melyik **nem igaz** az:  $f: y = \frac{4x+5}{x-3}$  függvényre? / 2p /
- A)  $D(f) = \mathbb{R} - \{3\}$   
B)  $H(f) = \mathbb{R} - \{4\}$   
C) a  $f$  függvény aszimptotái  $a_1: x = 4$ ,  $a_2: y = 3$   
D) az  $f$  függvény egy- egyértelmű  
E) az  $f$  függvény csökkenő
5. Döntse el, hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán! / 2p /
- A)  $f: y = 1 + \frac{3}{x-2}$       D)  $f: y = 1 - \frac{3}{x-2}$   
B)  $f: y = 2 - \frac{3}{x-1}$       E)  $f: y = 2 - \frac{3}{x+1}$   
C)  $f: y = 1 + \frac{3}{x+2}$
6. Vázold fel az adott függvény grafikonját! / 3 p /  
 $f: y = (x-1)^{-5} + 2$
7. Egészítsd ki:  
Az  $f: y = (x-3)^4 + 2$  függvény értelmezési tartománya ..... és értékészlete  
.....

8. Írja fel az  $f: y = \frac{2x+3}{x-5}$  függvény inverz függvényét ! / 3p/

9. Számítsd ki az  $a$  paramétert, ha a  $f: y = \frac{x+10}{x-1}$  függvény grafikonja áthalad az  $[a, -5]$  ponton ! / 2p/

10. Vázolja el a függvény grafikonját és jellemzze monotonitás szempontjából !

$$f : y = \left| \frac{3x-2}{x-1} \right|$$

### Exponenciális és logaritmus függvények

1. Melyik állítás igaz az  $f : y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + 5$  függvényre ? / 1 p/

- a) növekedő
- b) konstans
- c) korlátos
- d)  $D(f) = (0, \infty)$
- e) csökkenő

2. Melyik függvény grafikonja látható az ábrán ? / 2p/

- a)  $f : y = -3^{x+1}$
- b)  $f : y = \log_3(x+1)$
- c)  $f : y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$
- d)  $f : y = \log\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$
- e)  $f : y = 3^{x-1}$

3. Határozd meg, hogy a  $\sqrt{0,4^{-2x}} = \frac{25}{4}$  egyenletnek a valós számok halmazán, melyik intervallumban van megoldása ? / 3p/

- a) (1,3)
- b) (3,5)
- c) (5,7)
- d) (7,9)
- e) egyik sem

4. Melyik állítás igaz az  $f : y = -\left(\frac{2}{3}\right)^x$  függvényre ? / 2p/

- a) növekvő és alulról korlátos

- b) csökkenő és felülről korlátos
- c) értékészlete  $H(f)=R$  és alulról korlátos
- d) értelmezési tartománya  $R$  és növekvő
- e) értékészlete  $H(f)=(-\infty,0)$  és növekvő

5. Írd fel az  $f: y = \log_3(x-1)+2$  függvény inverz függvényét ! / 3p /

6. Számítsd ki az egyenlet gyökét ! / 4p /  
 $\log(x+2) - \log(x-4) = 2 - \log 25$

1. Oldd meg az egyenlőtlenséget ! /4p/

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1+x}{1-x}} = 243$$

8. Vázold fel a függvény grafikonját és jellemezd a következő tulajdonságait ! /5p /  
 ( értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, korlátosság )

$$f: y = |\log_3(x+1)|$$

### Exponenciális függvény

1. Vázolja fel az  $f: y = a^x$  exponenciális és jellemezze a tulajdonságait, ha  $a > 1$  !  
 ( értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, korlátosság ) / 3p

2. Fejezze ki az alábbi kifejezés pontos értékét ! / 2p /

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{-2} =$$

- a)  $\frac{-3}{16}$    b)  $\frac{3}{16}$    c)  $\frac{-16}{3}$    d)  $\frac{16}{3}$    e)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

3. Mivel egyenlő az alábbi kifejezés ? / 3p /

$$3^2 \cdot 2^3 =$$

- a)  $6^5$    b)  $6^6$    c)  $12^2$    d)  $2.6^2$    e)  $2.6^4$

4. Mennyi az egyenlet gyöke ? / 3p /

$$3^{x-1} = 3^x - 18$$

- a) -3      b) -2      c) 2      d) 2,5      e) 3

5. Mennyi az egyenlet gyöke ?

/ 3p /

$$\sqrt{7^x} = \sqrt[3]{49}$$

- a)  $\frac{1}{3}$       b)  $\frac{3}{4}$       c)  $\frac{4}{3}$       d) 2      e) 3

6. Állítsuk csökkenő sorrendbe az alábbi kifejezéseket !

/ 3p /

$$a = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{-1}{2}} \quad b = \sqrt[3]{3} \quad c = \frac{36^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{4}}$$

- A)  $a > b > c$     B)  $a > c > b$     C)  $b > a > c$     D)  $b > c > a$     E)  $c > a > b$

7. Melyik az alábbi egyenlet gyöke ?

/ 3p /

$$\frac{3^{x-2}}{27} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

- A)  $\frac{-11}{2}$       B)  $\frac{-9}{2}$       C) 2      D)  $\frac{9}{2}$       E)  $\frac{11}{2}$

8. Mivel egyenlő az alábbi egyenlet gyökeinek az összege ?

/ 3p /

$$8^{4-|x|} = 1$$

- a) -4    b) 4    c) -8    d) 8    e) 0

9. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget !

/ 3p /

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{2x+3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$$

10. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget !

/ 4p /

$$3^{\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{2^x}$$

## Logaritmus függvény és egyenlet

1. Vázolja fel az  $f: y = \log_a x$  logaritmus függvényt és jellemezze a tulajdonságait, ha  $0 < a < 1$ !

( értelmelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, korlátosság ) / 3p/

2. Számítsd ki, milyen  $p$  paraméter esetén lesz az  $f: y = \log_{2=3p} x$  függvény növekvő!  
/ 2p /

3. Számítsd ki! / 3p /

$$\log_5 \frac{\sqrt[3]{25 \cdot 5^3}}{5^{-3}} =$$

4. Számítsd ki az alábbi kifejezés pontos értékét! / 3p /

$$\log_{\frac{1}{2}} (\log_2 4) =$$

a) 1      b) -1      c) 0      d) 2      e) -2

5. Melyik az a függvény, ami az  $f: y = \log_5 \frac{1}{x}$  függvény inverze?

a)  $f: y = 5^{\frac{1}{x}}$

b)  $f: y = 5^x$

c)  $f: y = 5^{-\frac{1}{x}}$

d)  $f: y = (\sqrt{5})^{-x}$

e)  $f: y = 5^{-x}$

6. Mennyi az alábbi kifejezés pontos értéke! / 3p/

$$\log_2 8 \cdot \log_2 \frac{1}{16} \cdot \log_2 2 =$$

a) -12      b) -4      c) 3      d) 12      e) 16

7. Állítsuk csökkenő sorrendbe az alábbi kifejezéseket! / 3p /

$$a = 2^{\log_2 3+1}$$

$$b = 10^{2-\log 30}$$

$$c = 5^{\log_5 3}$$

A)  $a > b > c$     B)  $a > c > b$     C)  $b > a > c$     D)  $b > c > a$     E)  $c > a > b$



8.Számítsa ki az egyenlet gyökét !

/ 3p/

$$\log_{\frac{1}{3}} x + 2 \cdot \log_3 x + \log_9 x = 6.$$

- a)  $3^3$       b)  $3^4$       c)  $4^3$       d)  $3^{\frac{9}{2}}$       e)  $3^8$

9.Oldja meg az egyenlőtlenséget !

$$\log(x-5) > 2$$

10.Határozza meg a függvény értelmezési tartományát !

$$f : y = \log_3 \left( \frac{x-3}{2x+1} - 1 \right)$$

### Témazáró feladatlap

### A.csoport

Név :

1.Érvényes-e a következő állítás :

Az  $f : y = x^{-4} - 2$  függvény páros .

- A) igaz      B) hamis

2. Határozd meg , hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán !

A)  $f : y = 1 + \frac{3}{x-2}$       D)  $f : y = 1 - \frac{3}{x-2}$

B)  $f : y = 2 - \frac{3}{x-1}$       E)  $f : y = 2 - \frac{3}{x+1}$

C)  $f : y = 1 + \frac{3}{x+2}$

3. Az adott állítások közül , melyik **nem igaz** az  $f : y = \frac{4x+5}{x-3}$  függvényre ?

A)  $D(f) = \mathbb{R} - \{3\}$

B)  $H(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

C) a f függvény alulról korlátos

D) az f függvény egy- egyértelmű

E) az f függvény csökkenő

4. Határozd meg , hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán !

A)  $f: y = x^2 + 4x + 1$       D)  $f: y = (x - 3)^2 + 2$

B)  $f: y = x^2 - 6x + 7$       E)  $f: y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 + 2$

C)  $f: y = x^2 + 6x + 6$

5. Határozd meg a függvény tulajdonságait és vázold fel a grafikonját!

$f: y = (x - 1)^{-5} + 2$

6. Határozd meg a függvény tulajdonságait és vázold fel a grafikonját !

$f: y = \left| \frac{3x - 2}{x - 1} \right|$

### Témazáró feladatlap

### B.csoport

Név :

1.Érvényes -e a következő állítás :

Az  $f: y = x^4 - 2$  függvény páratlan.

A) igaz      B) hamis

2. Határozd meg , hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán !

A)  $f: y = \frac{6}{x+2} + 1$       D)  $f: y = 1 + \frac{1}{x-2}$

B)  $f: y = \frac{6x-11}{x-2}$       E)  $f: y = \frac{x+4}{x-2}$

C)  $f: y = \frac{6}{x-2} - 2$

3. Az adott állítások közül , melyik **nem igaz** az  $f: y = \frac{2}{(x-1)^4} - 1$  függvényre ?

A)  $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

B)  $H(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

C) a  $f$  függvény alulról korlátos

D) az  $f$  függvény egy- egyértelmű

E) az  $f$  függvény a  $(-\infty, 1)$  növekvő

4. Határozd meg az  $f: y = \frac{2x-1}{x+2}$  függvény inverzét !

A)  $f: y = \frac{2x-1}{x+2}$

D)  $f: y = \frac{2x+1}{x-2}$

B)  $f: y = -\frac{2x+1}{x-2}$

E)  $f: y = \frac{2x-1}{x-2}$

C)  $f: y = \frac{x-1}{2x+2}$

5. Határozd meg a függvény tulajdonságait és vázold fel a grafikonját !

$$f: y = (x-1)^3 + 2$$

6. Határozd meg a függvény tulajdonságait és vázold fel a grafikonját !

$$f: y = \left| \frac{x-1}{x+2} \right|$$

### Évvégi feladatlap

1. Határozza meg az  $f: y = \ln \frac{x+1}{x}$  függvény értelmezési tartományát ! / 3 p /

A)  $(-\infty, -1)$     B)  $(-1, 0)$     C)  $(0, \infty)$     D)  $\mathbb{R}$     E)  $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$     F) egyik sem

2. Melyik állítás **nem** igaz a felsoroltak közül ? / 3 p /

A)  $f: y = |\ln x|$  függvény alulról korlátos

B)  $f: y = \log(-x)$  függvény csökkenő

C)  $f: y = \log_{\frac{2}{3}}(x-3)^2$  függvény értelmezési tartománya  $D(f) = \mathbb{R} - \{3\}$

D)  $f: y = -\log x$  alulról korlátos

E)  $f: y = \log_2 x - 2$  függvény értékészlete

3. Melyik állítás **igaz** az  $f: y = \log_3(x-3) + 6$  függvényre ?

/ 3 p /

a) növekvő és értékészlete  $H(f) = (6, \infty)$

b) csökkenő és értelmezési tartomány  $D(f) = (-3, \infty)$

c) értékészlete  $H(f) = \mathbb{R}$  és növekvő

d) értelmezési tartománya  $D(f) = \mathbb{R}$  és növekvő

e) értékészlete  $H(f) = (-\infty, 0)$  és csökkenő

4. Mennyi az alábbi kifejezés pontos értéke ! / 3p /

$$X = \log_5(\log_4 4)$$

- a)  $\frac{1}{5}$     b)  $\frac{1}{4}$     c) 0    d) 1    e) 5

5. Állítsuk növekvő sorrendbe az alábbi egyenletek gyökeit ! / 3p /

$$\log_x 49 = 2 \quad y = \log_2 \sqrt[3]{2} \quad \log_3(z+3) = 2$$

- A)  $x < y < z$     B)  $y < z < x$     C)  $z < x < y$     D)  $x < z < y$     E)  $y < x < z$     E) egyik sem

6. Határozza meg az alábbi egyenlet valós gyökeinek szorzatát ! / 3 p /

$$\log^2 x - 4 \cdot \log x = \log 1000 - \log x^3 - 1$$

- a) 1    b) 2    c) 3    d) 4    e) 5

7. Egy növekedő számtani sorozat egymást követő elemének az összege 21, a két szélső szám hányadosa 6. Mennyi a sorozat különbsége ? / 3 p /

- a) 3    b) 6    c) 4    d) 7    e) 5

8. A felsorolt törtek közül melyike egyenlő a 0,405 szakaszos tizedestörttel ? / 3 p /

- a)  $\frac{5}{37}$     b)  $\frac{15}{37}$     c)  $\frac{15}{33}$     d)  $\frac{15}{999}$     e)  $\frac{5}{33}$

9. Mennyi az x értéke, ha az alábbi sor összege  $2 \cdot 3^{-2}$  ? / 3 p /

$$\frac{1}{3} + x + 3x^2 + 9x^3 + 27x^4 + 81x^5 + \dots$$

- a)  $-\frac{1}{9}$     b)  $-\frac{1}{3}$     c)  $-\frac{1}{6}$     d)  $\frac{2}{9}$     e)  $\frac{1}{2}$

10. Egy csökkenő mrtani sorozat elemei a 2 és a  $\frac{16}{27}$ . Mekkora a kvóciense, ha ezen két elem között további két tagja van a sorozatnak ? / 3 p /

- a)  $\frac{2}{3}$     b)  $\frac{4}{9}$     c)  $\frac{8}{9}$     d)  $\frac{4}{21}$     e)  $\frac{8}{81}$

Egészítsd ki :

11. Az  $y = \log_2(2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x + 16)$  és az  $y = x + 3$  függvények grafikonjai a .....pontban metszik egymást ! / 3 p /

12. Az aritmetikai sorozat első  $n$  tagjának összege  $s_n = 2n^2 + 3n$ . Az aritmetikai sorozat differenciája  $d = \dots\dots\dots$  / 3 p /

13. Érvényes – e a következő állítás :

Az  $f: y = \log_5|x|$  függvény páros . / 2 p /

A) igaz      B) hamis

14. Vázold fel az  $f: y = -\log_{\frac{1}{3}}|x|$  függvény grafikonját ! / 3 p /

15. Számítsd ki a mértani sorozat első tíz tagjának összegét, ha első tagja 3, hányadosa 5 ! / 3 p /

16. Ábrázold az  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  sorozat első hat tagját a Descartes -koordináta rendszerben !

$$a_n = \frac{2n+1}{n} \quad / 3 p /$$

17. Folytassa a sorozatot és határozza meg az  $n$ -edik tagjára vonatkozó összefüggést ! / 3 p /

$$\frac{1}{1.2}, -\frac{1}{2.3}, \frac{1}{3.4}, -\frac{1}{4.5}, \frac{1}{5.6}, \dots\dots$$

18. Döntsd el, hogy a következő  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  sorozat korlátos – e ?

$$a_n = \frac{n-5}{n^2} \quad / 3 p /$$

19. Számítsd ki, hogy az adott sorozat melyik valós számra növekvő !

$$\left\{ \frac{kn}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

20. Döntsd el, hogy az adott sorozat konvergens – e és számítsd ki a határértékét ?

$$\left\{ \frac{3n^2 + 5n - 7}{2n^2 - 26n} \right\}_{n=1}^{\infty}$$



## 1. Feladatlap

### 1. Motivációs feladat:

A tengeri barna alga hetente megduplázza a hosszát. A kezdetben 1 méteres barna alga.

- a) Mekkora lesz 1 hét, 2 hét, 3 hét, 4 hét múlva? Töltsük ki a táblázatot!

Idő (hét)	0	1	2	3	4	5
Hossz (m)						

- b) Ábrázoljuk a pontokat a derékszögű koordináta rendszerben! Használjuk az *Excel* programot!
- c) Egészítsük ki a táblázatot! A kezdetben 1 méteres tengeri barna alga milyen hosszú volt a megfigyelés előtt 1 héttel, 2 héttel, 3 héttel, 4 héttel? Feltételezhetjük, hogy a mérés megkezdése előtt is ugyanilyen törvényszerűségek szerint változott az alga.

Idő (hét)	-1	-2	-3	-4	-5	-6
Hossz (m)						

- d) Ábrázoljuk a pontokat a derékszögű koordináta rendszerben! Használjuk az *Excel* programot!

### 2. Feladat: Ábrázold közös koordináta rendszerben a következő függvények grafikonját!

Mit mondhatunk el mindhárom függvény grafikonjáról, függvény tulajdonságairól?

- a)  $f: y = 3^x$ ,  $g: y = 4^x$ ,  $h: y = 5^x$
- b)  $k: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  $l: y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,  $m: y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

### 3. Ábrázold közös koordináta rendszerben az függvények grafikonját! Állapítsd meg e függvények tulajdonságait!

a)  $f: y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$  és  $g: y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$

b)  $f: y = 0,4^x$  és  $g: y = 0,4^{-x}$

4. Ábrázold közös koordináta rendszerben  $m = \{1,5; 0,5; -1,5; -0,5\}$  értékre az  $y = m \cdot 3^x$  függvény grafikonját! Mely függvények növekvők vagy csökkenők? Van-e összefüggés a grafikonok között?

5. Válassza ki az exponenciális függvényeket! Használja az *Excel* programot!

$f: y = 5^x$ ;  $g: y = 4^{3x+1}$ ;  $h: y = 3x+1$ ;  $i: y = x^3$ ;  $j: y = 2^x+1$ ;  $k: y = x^2+1$ ;  $l: y = 3 \cdot 4^x$

6. Az exponenciális függvény tulajdonsága alapján állapítsa meg melyik hatvány nagyobb,

illetve kisebb, mint 1!  $\left(\frac{2}{7}\right)^{-0,4}$ ,  $\left(\frac{2}{7}\right)^{0,4}$ ,  $(\sqrt{2})^{-3}$ ,  $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{4}{3}}$ ,  $\left(\frac{901}{900}\right)^{1,01}$ ,  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{0,5}$

## 2. Feladatlap

Motivációs feladat:

1. Feladat a levetített animáció alapján vázolja fel egy
  - a) növekvő exponenciális
  - b) csökkenő exponenciális függvényt és írja le a tulajdonságait!

2. Feladat: Fogalomazonosítási feladatok

Az alábbi kapcsolatok közül válassza ki azokat, amelyeket exponenciális függvény ír le!

- a) Egy baktériumtörzs egyedei minden nap kettéosztódnak, így a tenyészet egyedszáma naponta megduplázódik.
- b) Az  $n$  oldalú konvex sokszög átlóinak száma.
- c) Egy  $n$  tagú társaságban a kézfogások száma, ha mindenki mindenkivel kezét fogott.
- d) Egy közlekedési vállalat bérlet eladása évente 2,7%-os ütemben nő.
- e) A használat során egy fénymásoló gép mindenkor értéke egy év alatt 20%-kal csökken. Idő és a fénymásoló gép ára közötti kapcsolat.
- f) Négyzet oldala és kerülete.
- g) Év elején beteszünk a bankba 100 ezer forintot, évi 8%-os kamatra. Idő és a kamatokkal megnövelt összeg kapcsolata

3. Az alábbi grafikonok közül válassza ki azokat, amelyek exponenciális függvény grafikonjai lehetnek!

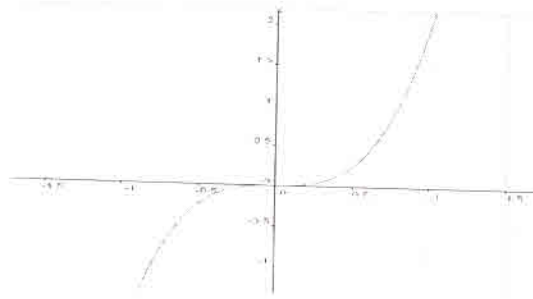
1.



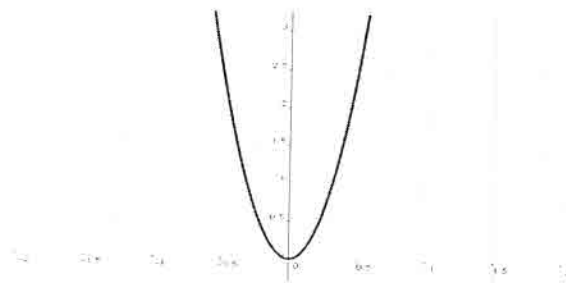
2.



3.



4.



Fogalom realizációs feladatok

4. Töltse ki a következő táblázatot!

Szövegesen	Grafikkal	Szimbolikusan	Táblázattal
A tavirozsa a megfigyelés kezdetekor 1 m <sup>2</sup> vízfelületet fed le. Havonta megduplázódik a lefedett terület. Vizsgáljuk az idő és a lefedett terület kapcsolatát.			
		$f: y = 50 \cdot 5^x$	

5. Döntsetek el, hogy a következő állítások közül melyek igazak, a döntéseiteket indokljátok meg!
- $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{8}{5}}$
  - $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{-\frac{5}{8}}$
  - $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} \geq \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{8}}$
  - $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} \leq \left(\frac{8}{5}\right)^{-\frac{5}{8}}$
6. Határozd meg valamennyi  $x$  valós számot, amelyre érvényes!
- $0,3^x < 1$
  - $3^x > 1$
7. A következő függvények értelmezési tartománya a valós számok halmaza. Ábrázoljuk és jellemezzük a függvényeket (értékkészlet, monotonitás, zérushely).
- $f(x) = 2^{x-1} + 1$
  - $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$
8. Határozd meg valamennyi  $x$  valós számot, amelyre érvényes!
- $$2^x < 5$$
9. Ábrázoljuk és jellemezzük a függvényt (értékkészlet, monotonitás, zérushely, korlátosság).
- $h(x) = -5^x$
  - $i(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2$
10. A valós számokon értelmezett függvénynek csak néhány értékét ismerjük. Lehetséges-e, hogy függvény egy  $f(x) = b \cdot a^x$  alakú exponenciális függvény? Válaszát indokolja! Ha ilyen alakú a függvény, adja meg a hozzárendelési szabályát!
- $f(1) = 2; f(-2) = 0,25; f(3) = 8$
  - $f(-1) = 0,1; f(0) = 0,3; f(2) = 3$



### 3. feladatlap

#### Szögfüggvények

1. Ábrázold és jellemezd az alábbi függvényeket!

a.  $f(x) = 2 \sin x - 1$

b.  $g(x) = -\cos x + 2$

c.  $h(x) = \sin 2x + 1$

d.  $i(x) = 2 \cos(x - 60^\circ)$

e.  $j(x) = -\frac{1}{2} \sin x + 2$

f.  $k(x) = \cos \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

2. feladat

Számítsd ki a következő kifejezések pontos értékét! – Használd a táblázati értékeket!

a)  $4 \cdot \sin 30^\circ + 4 \cdot \cos 45^\circ - 2 \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ =$

b)  $\sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ - 3 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ =$

c)  $\frac{6 \cdot \cos 45^\circ - 2 \sin 45^\circ}{6 \cdot \cos 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ} =$

d)  $(\sin 60^\circ)^2 - (\cos 45^\circ)^2 =$

e)  $4 \cdot \sin 45^\circ + 4 \cdot \cos 60^\circ - 2 \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ =$

f)  $\sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ - 3 \cdot \operatorname{ctg} 45^\circ =$

g)  $\frac{6 \cdot \cos 30^\circ - 2 \operatorname{tg} 60^\circ}{6 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ - \cos 60^\circ} =$

h)  $(\sin 45^\circ)^2 - (\cos 30^\circ)^2 =$

## 1. Feladatlap

### 1. Motivációs feladat:

A tengeri barna alga hetente megduplázza a hosszát. A kezdetben 1 méteres barna alga.

- a) Mekkora lesz 1 hét, 2 hét, 3 hét, 4 hét múlva? Töltsük ki a táblázatot!

Idő (hét)	0	1	2	3	4	5
Hossz (m)						

- b) Ábrázoljuk a pontokat a derékszögű koordináta rendszerben! Használjuk a *GeoGebra* programot!
- c) Egészítsük ki a táblázatot! A kezdetben 1 méteres tengeri barna alga milyen hosszú volt a megfigyelés előtt 1 héttel, 2 héttel, 3 héttel, 4 héttel? Feltételezhetjük, hogy a mérés megkezdése előtt is ugyanilyen törvényszerűségek szerint változott az alga.

Idő (hét)	-1	-2	-3	-4	-5	-6
Hossz (m)						

- d) Ábrázoljuk a pontokat a derékszögű koordináta rendszerben! Használjuk a *GeoGebra* programot!

### 2. Feladat: Ábrázold közös koordináta rendszerben a következő függvények grafikonját!

Mit mondhatunk el mindhárom függvény grafikonjáról, függvény tulajdonságairól?

- a)  $f: y = 3^x$ ,  $g: y = 4^x$ ,  $h: y = 5^x$
- b)  $k: y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  $l: y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,  $m: y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

- ### 3. Ábrázold közös koordináta rendszerben az függvények grafikonját! Állapítsd meg e függvények tulajdonságait!

a)  $f: y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$  és  $g: y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$

b)  $f: y = 0,4^x$  és  $g: y = 0,4^{-x}$

4. Ábrázold közös koordináta rendszerben  $m = \{1,5; 0,5; -1,5; -0,5\}$  értékre az  $y = m \cdot 3^x$  függvény grafikonját! Mely függvények növekvők vagy csökkenők? Van-e összefüggés a grafikonok között?

5. Válassza ki az exponenciális függvényeket! Használja a *GeoGebra* programot!

$f: y = 5^x$ ;  $g: y = 4^{3x+1}$ ;  $h: y = 3x+1$ ;  $i: y = x^3$ ;  $j: y = 2^x+1$ ;  $k: y = x^2+1$ ;  $l: y = 3 \cdot 4^x$

6. Az exponenciális függvény tulajdonsága alapján állapítsa meg melyik hatvány nagyobb,

illetve kisebb, mint 1!  $\left(\frac{2}{7}\right)^{-0,4}$ ,  $\left(\frac{2}{7}\right)^{0,4}$ ,  $(\sqrt{2})^{-3}$ ,  $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{4}{3}}$ ,  $\left(\frac{901}{900}\right)^{1,01}$ ,  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{0,5}$

## 2. Feladatlap

Motivációs feladat:

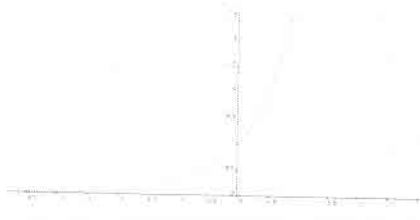
1. Feladat a levetített animáció alapján vázolja fel egy
  - a) növekvő exponenciális
  - b) csökkenő exponenciális függvényt és írja le a tulajdonságait!
2. Feladat: Fogalomazonosítási feladatok

Az alábbi kapcsolatok közül válassza ki azokat, amelyeket exponenciális függvény ír le!

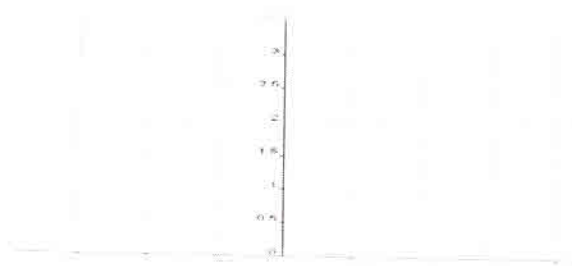
- a) Egy baktériumtörzs egyedei minden nap kettéosztódnak, így a tenyészet egyedszáma naponta megduplázódik.
- b) Az  $n$  oldalú konvex sokszög átlóinak száma.
- c) Egy  $n$  tagú társaságban a kézfogások száma, ha mindenki mindenkivel kezét fogott.
- d) Egy közlekedési vállalat bérlet eladása évente 2,7%-os ütemben nő.
- e) A használat során egy fénymásoló gép mindenkori értéke egy év alatt 20%-kal csökken. Idő és a fénymásoló gép ára közötti kapcsolat.
- f) Négyzet oldala és kerülete.
- g) Év elején beteszünk a bankba 100 ezer forintot, évi 8%-os kamatra. Idő és a kamatokkal megnövelt összeg kapcsolata

3. Az alábbi grafikonok közül válassza ki azokat, amelyek exponenciális függvény grafikonjai lehetnek!

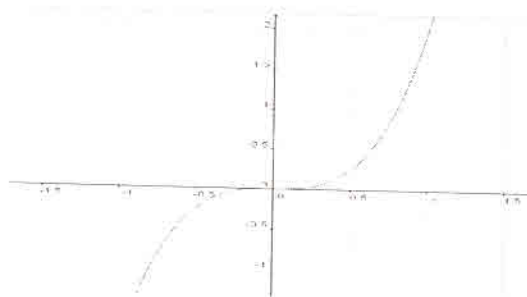
1.



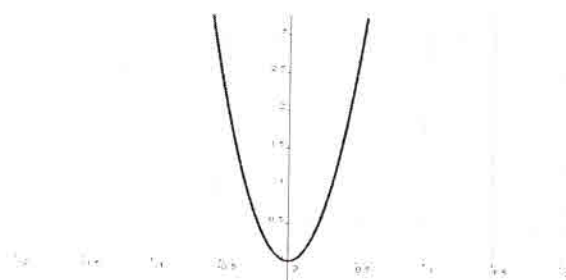
2.



3.

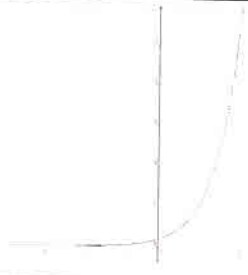


4.



Fogalom realizációs feladatok

4. Töltse ki a következő táblázatot!

Szövegesen	Grafikkal	Szimbolikusan	Táblázattal
A tavirózsa a megfigyelés kezdetekor 1 m <sup>2</sup> vízfelületet fed le. Havonta megduplázódik a lefedett terület. Vizsgáljuk az idő és a lefedett terület kapcsolatát.			
		$f: y = 50 \cdot 5^x$	
			



5. Döntsetek el, hogy a következő állítások közül melyek igazak, a döntéseiteket indokoljátok meg!

a)  $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{8}{5}}$

b)  $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{-\frac{5}{8}}$

c)  $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} \geq \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{8}}$

d)  $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{8}} \leq \left(\frac{8}{5}\right)^{-\frac{5}{8}}$

6. Határozd meg valamennyi  $x$  valós számot, amelyre érvényes!

a)  $0,3^x < 1$

b)  $3^x > 1$

7. A következő függvények értelmezési tartománya a valós számok halmaza. Ábrázoljuk és jellemezzük a függvényeket (értékkészlet, monotonitás, zérushely).

a)  $f(x) = 2^{x-1} + 1$

b)  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$

8. Határozd meg valamennyi  $x$  valós számot, amelyre érvényes!

$$2^x < 5$$

9. Ábrázoljuk és jellemezzük a függvényt (értékkészlet, monotonitás, zérushely, korlátosság).

a)  $h(x) = -5^x$

b)  $i(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2$

10. A valós számokon értelmezett függvénynek csak néhány értékét ismerjük. Lehetséges-e, hogy függvény egy  $f(x) = b \cdot a^x$  alakú exponenciális függvény? Válaszát indokolja!

Ha ilyen alakú a függvény, adja meg a hozzárendelési szabályát!

a)  $f(1) = 2; f(-2) = 0,25; f(3) = 8$

b)  $f(-1) = 0,1; f(0) = 0,3; f(2) = 3$