

## Písomný výstup pedagogického klubu

1. Prioritná os	Vzdelávanie
2. Špecifický cieľ	1.1.1 Zvýšiť inkluzívnosť a rovnaký prístup ku kvalitnému vzdelávaniu a zlepšiť výsledky a kompetencie detí a žiakov
3. Prijímateľ	Spojená škola Reformovanej kresťanskej cirkvi
4. Názov projektu	Rozvoj gramotností na Gymnáziu Mihályja Tompu Reformovanej kresťanskej cirkvi s vyučovacím jazykom maďarským
5. Kód projektu ITMS2014+	312011W809
6. Názov pedagogického klubu	Pedagogický klub pre matematickú gramotnosť
7. Meno koordinátora pedagogického klubu	Mgr. Zsolt Főző
8. Školský polrok	2. polrok 2021/2022
9. Odkaz na webové sídlo zverejnenia písomného výstupu	<a href="http://tmrg.sk/projekt-oplz/">http://tmrg.sk/projekt-oplz/</a>

10.

### Úvod:

#### Stručná anotácia

Nadväzujúc na predchádzajúce obdobia, pedagogický klub pre matematickú gramotnosť naďalej venoval značnú pozornosť problematike matematickej gramotnosti. V tomto druhom polroku školského roka 2021/2022 sa členovia klubu plne venovali príprave žiakov na testovania – T9, T5 a Maturita z matematiky. Pritom sa venovali aj témam, ktoré boli naplánované na tento polrok.

Členovia na začiatku tohto polroka sa dohodli, že sa budú zaoberať s témami:

- testové úlohy,
- matematická gramotnosť
- projektové úlohy
- vyhodnotenie rôznych testovaní.

Členovia pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť si zopakovali vedomosti o testových úloh a matematickej gramotnosti. Potom na niekoľkých stretnutiach pracovali na tom, aby vytvorili vhodné zbierky testových úloh na vybrané tematické okruhy, celky z matematiky. Medzi okruhy zaradili: funkcie, postupnosti, analytickú a priestorovú geometriu a rovnice, nerovnice a výrazy. Zbierky na stretnutiach napokon boli vytvorené. V poslednej fáze polroka si zopakovali vedomosti o projektovom vyučovaní. Potom vytvorili zbierku úloh z projektových úloh najprv tzv. všeobecných úloh – z rôznych okruhov z matematiky a následne z geometrie. Úlohy vybrali hlavne z každodenného života, aby žiaci si uvedomili dôležitosť každodenného využitia matematiky.

Dohodli sa, že tieto zbierky otestujú v nasledujúcom období na evičeniach z matematiky pri príprave žiakov na rôzne testovania.

Dbali na to, aby bola zosilnená matematická gramotnosť a to schopnosť rozvíjať a používať matematické myslenie a porozumenie na riešenie rôznych problémov v každodenných situáciách. Na rôznych stupňoch schopnosť a ochotu používať matematické modely myslenia a prezentácie (vzorce, modely, diagramy, grafy, tabuľky). Potrebné vedomosti z matematiky zahŕňajú dobré vedomosti o počtoch, mierach a štruktúrach, základné operácie a základné matematické prezentácie, chápanie matematických termínov a konceptov a povedomie o otázkach, na ktoré matematika ponúka odpovede.

Jednotlivec by mal mať zručnosti na uplatňovanie základných matematických princípov a postupov v každodennom kontexte doma a v práci (napr. finančné zručnosti) a na chápanie a hodnotenie sledu argumentov. Jednotlivec by mal dokázať myslieť matematicky, chápať matematické dôkazy, komunikovať v matematickom jazyku a používať vhodné pomôcky vrátane štatistických údajov a grafov a chápať matematické aspekty digitalizácie.

### **Kľúčové slová**

- obsahový a výkonový štandard v uvedených predmetoch,
- kompetencie,
- matematická gramotnosť, čitateľská gramotnosť, IKT gramotnosť,
- metódy a formy moderného vyučovania,
- zbierky úloh,
- testové úlohy v matematických okruhoch,
- projektové úlohy z každodenného života.

### **Zámecr a približenie témy písomného výstupu**

Tak ako v predchádzajúcich obdobiach zámerom stretnutí je výmena skúseností medzi členmi klubu, ako aj získavanie nových poznatkov v rámci moderných metód vyučovania, vymieňanie skúseností a osvedčených postupov v príprave žiakov na dôležité testovania z matematiky.

#### Témy písomného výstupu:

1. Testové úlohy – Funkcie – Lineárna-, kvadratická-, mocninová funkcia,
2. Testové úlohy – Funkcie – Mocniny, exponenciálna-, logaritmická funkcia,
3. Testové úlohy – Postupnosti – Aritmetická a geometrická postupnosť,
4. Testové úlohy – Analytická geometria,
5. Testové úlohy – Priestorová geometria,
6. Testové úlohy – Rovnice, nerovnice a výrazy,
7. Projektové úlohy – všeobecné – z rôznych oblastí matematiky,
8. Projektové úlohy – geometria v každodennom živote.

## 1. Hlavné body, témy stretnutia, zhrnutie priebehu stretnutia:

### Hlavné body:

1. Vyhodnotenie práce pedagogického klubu
2. Zbierka úloh

### Priebeh stretnutia:

1.

Členovia pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť hodnotia prácu v tomto polroku kladne. Vytýčené ciele boli dosiahnuté. Na začiatku si zopakovali vedomosti o testových úloh a matematickej gramotnosti. Potom na niekoľkých stretnutiach pracovali na tom, aby vytvorili vhodné zbierky testových úloh na vybrané tematické okruhy, celky z matematiky. Medzi okruhy zaradili: funkcie, postupnosti, analytickú a priestorovú geometriu a rovnice, nerovnice a výrazy. Zbierky na stretnutiach napokon boli vytvorené. V poslednej fáze polroku si zopakovali vedomosti o projektovom vyučovaní. Potom vytvorili zbierku úloh z projektových úloh najprv tzv. všeobecných úloh – z rôznych okruhov z matematiky a následne z geometrie. Úlohy vybrali hlavne z každodenného života, aby žiaci si uvedomili dôležitosť každodenného využitia matematiky. Dohodli sa, že tieto zbierky otestujú v nasledujúcom období na cvičeniach z matematiky pri príprave žiakov na rôzne testovania.

Dbali na to, aby bola zosilnená matematická gramotnosť a to schopnosť rozvíjať a používať matematické myslenie a porozumenie na riešenie rôznych problémov v každodenných situáciách. Na rôznych stupňoch schopnosť a ochotu používať matematické modely myslenia a prezentácie (vzorec, modely, diagramy, grafy, tabuľky). Potrebné vedomosti z matematiky zahŕňajú dobré vedomosti o počtoch, mierach a štruktúrach, základné operácie a základné matematické prezentácie, chápanie matematických termínov a konceptov a povedomie o otázkach, na ktoré matematika ponúka odpovede.

Jednotlivec by mal mať zručnosti na uplatňovanie základných matematických princípov a postupov v každodennom kontexte doma a v práci (napr. finančné zručnosti) a na chápanie a hodnotenie sledu argumentov. Jednotlivec by mal dokázať myslieť matematicky, chápať matematické dôkazy, komunikovať v matematickom jazyku a používať vhodné pomôcky vrátane štatistických údajov a grafov a chápať matematické aspekty digitalizácie.

Pri projektových úlohách dbali na to, aby dosiahli vytýčené edukačné a formatívne ciele, predovšetkým v rozvíjaní schopností a návykov:

- samostatne a tvorivo pracovať
- plánovať vlastnú prácu a dokončiť ju
- niesť zodpovednosť za svoju prácu a prekonávať prekážky
- pracovať s informáciami (knihy, encyklopédie, internet, a pod.)
- prezentovať svoju vlastnú prácu, vystupovať, s právne sa vyjadrovať
- argumentovať.

Projektové vyučovanie a projektové úlohy pomáhajú efektívny spôsob výučby, pri ktorom môžeme využívať niektoré progresívne didaktické metódy ako problémové vyučovanie, kooperatívne vyučovanie, diskusia. Samotná realizácia projektovej formy vyučovania na hodinách nie je pevne stanovená, a preto ani neobmedzuje učiteľa v jeho tvorivosti a spôsoboch realizácie vyučovacej hodiny.

Zdrojom nadobúdania a rozvíjania vedomostí žiakov pri projektovej metóde vyučovania je riešenie projektov, praktických pracovných úloh. Takéto úlohy sa dostali napokon do zbierky projektových úloh.

### 2. Zbierky úloh

Pri vytváraní zbierky členovia pedagogického klubu sa dohodli, že zostanú pri overenom postupe,

ktorý vytvorili v predchádzajúcom období:

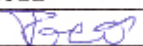
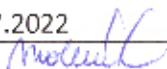
1. Na stretnutí prítomní vždy zvažili vhodnosť danej úlohy. Porovnali jednotlivé vlastné úlohy a s výberom vytvorili zbierku úloh.
2. Členovia klubu sa dohodli, že pri výbere úlohy do zbierky úloh budú dbať na úrovne podľa Bloomovej taxonómie: Úlohy vyžadujúce: pamäťové reprodukovanie poznatkov, jednoduché myšlienkové operácie s pojmami, zložité myšlienkové operácie s pojmami, prezentáciu poznatkov, tvorivé myslenie.
3. Pri riešení úloh viesť žiakov na nasledujúci postup: pochopenie úlohy, koncepcia plánu, realizácia plánu, kontrola riešenia.
4. Na stretnutiach členovia vytvorili zbierku úloh:
  - Testové úlohy – Funkcie – Lineárna-, kvadratická-, mocninová funkcia,
  - Testové úlohy – Funkcie – Mocniny, exponenciálna-, logaritmickej funkcia,
  - Testové úlohy – Postupnosti – Aritmetická a geometrická postupnosť,
  - Testové úlohy – Analytická geometria,
  - Testové úlohy – Priestorová geometria,
  - Testové úlohy – Rovnice, nerovnice a výrazy,
  - Projektové úlohy – všeobecné – z rôznych oblastí matematiky,
  - Projektové úlohy – geometria v každodennom živote.

Vytvorené zbierky tvoria prílohu.

#### Záver:

#### Zhrnutia a odporúčania pre činnosť pedagogických zamestnancov

- členom klubu odporúčame zakomponovať vyhotovené materiály do výchovno-vzdelávacieho procesu
- členovia klubu poskytnú po implementácii pripravených materiálov ostatným členom spätnú väzbu
- členom klubu odporúčame preferovať moderné vyučovacie metódy, ktoré majú motivujúci charakter a rozvíjajú tvorivosť a samostatnosť v myslení, ako aj timovú spoluprácu

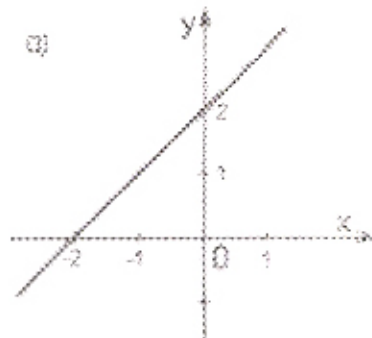
11. Vypracoval (meno, priezvisko)	Zsolt Főző
12. Dátum	1.7.2022
13. Podpis	
14. Schválil (meno, priezvisko)	Beáta Molnár
15. Dátum	1.7.2022
16. Podpis	

## Lineáris és másodfokú függvények és tulajdonságaik

1. Definiálja a lineáris függvényt!

**Egészítse ki!**

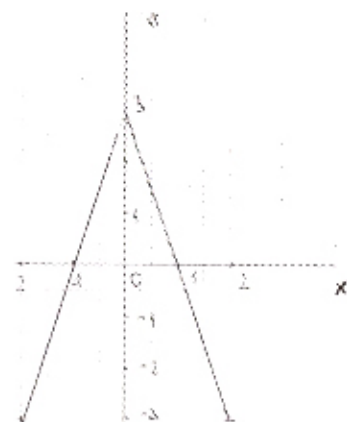
2. A lineáris függvény grafikonja akkor halad át a koordináterendszeren, ha  $b =$
3. Definiálja a másodfokú függvényt!
4. Rajzoljon fel egy olyan másodfokú függvényt, mely páros és felülről korlátos!
5. A lineáris függvény grafikonja alapján írja fel a lineáris függvény egyenletét!



- a)  $f: y = 2x + 2$
- b)  $f: y = -2x + 2$
- c)  $f: y = x + 2$
- d)  $f: y = -x + 2$
- e)  $f: y = x - 2$

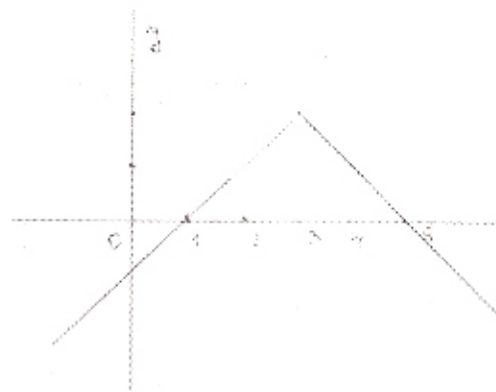
6. Melyik állítás igaz az adott függvényre?

- a) nem korlátos
- b) értelmezési tartománya  $\langle -3, 3 \rangle$
- c) értékészlete  $\langle -2, 2 \rangle$
- d) páros
- e) egy-egyértelmű



7. Melyik függvény grafikonja látható az ábrán?

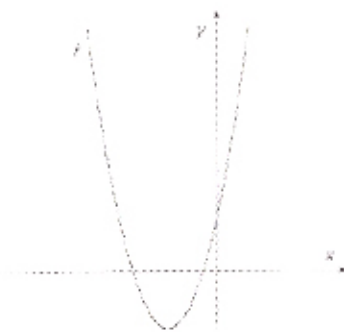
- a)  $y = |x - 3| + 2$
- b)  $y = -|x - 3| - 2$
- c)  $y = |x - 3| - 2$
- d)  $y = -|x - 3| + 2$
- e)  $y = |x - 2| + 3$



8. Számítsátok ki az  $y = x^2 + 5x + 2$  függvény csúcspontjainak koordinátáit!

9. Adott az  $f: y = 2x^2 + bx + 8$  másodfokú függvény, ahol  $b$  természetes szám. Határozzátok meg a legkisebb  $b$  számot, amelyre a parabola csúcspontja az  $x$  tengely alatt fog feküdni!

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9
- E. 10



10. Adott az  $f: y = -x^2 + 2x + 15$  függvény. Határozzátok meg az  $f(x)$  függvény maximális értékét!

- A. 1
- B. 12
- C. 15
- D. 16
- E. 18

11. Válasszák ki azt a függvényt, amely egyenlő az  $f: y = -2x^2 + 4x + 6$  hozzárendelési szabállyal megadott függvénnyel!

(A)  $y = 2(x-2)^2 + 2$

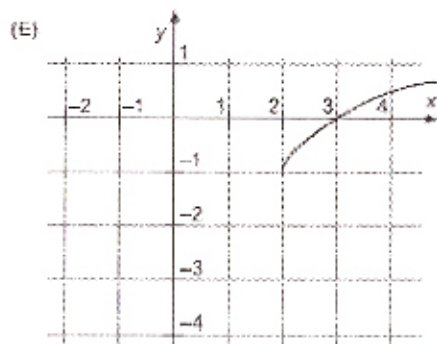
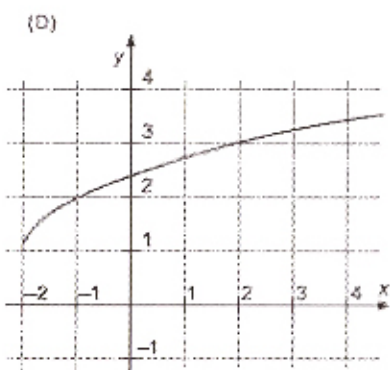
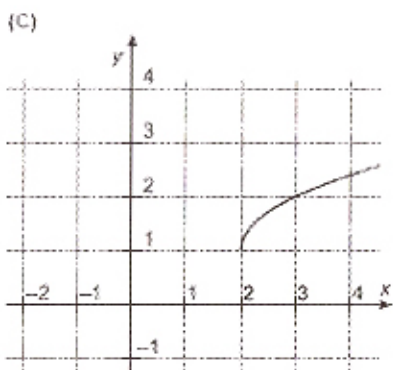
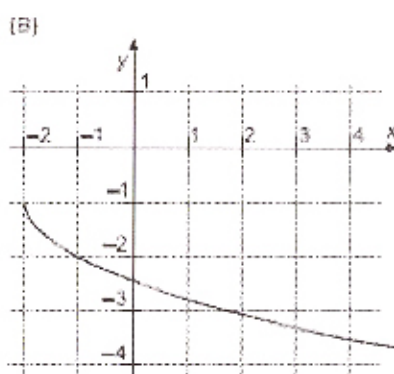
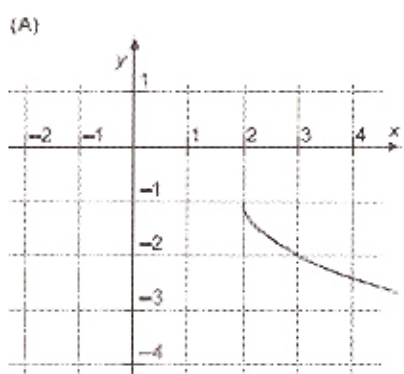
(B)  $y = -2(x+2)^2 + 2$

(C)  $y = -2(x+1)^2 + 8$

(D)  $y = 2(x-1)^2 + 8$

(E)  $y = -2(x-1)^2 + 8$

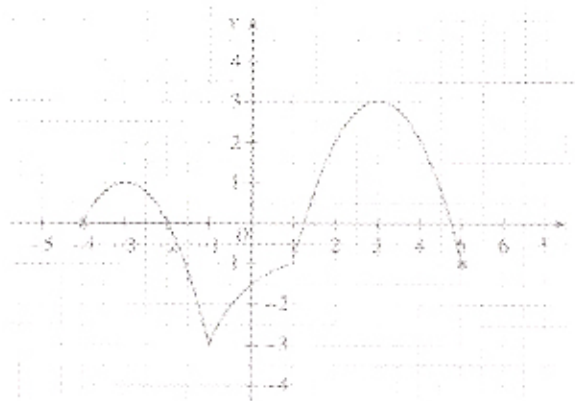
12. Az alábbi grafikonok közül melyik ábrázolja a  $(-\infty; -1)$  intervallumon értelmezett  $f: y = (x + 1)^2 + 2$  függvény inverz függvényét?



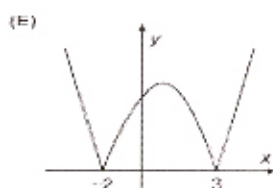
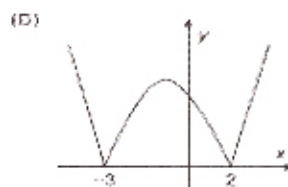
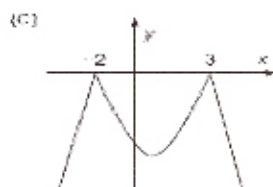
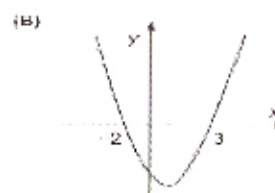
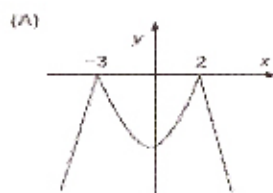
13. A pontok közül melyik az  $f: y = 2x^2 - 6x + 1$  parabola csúcsa?

- (A)  $[0; 1]$
- (B)  $\left[\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right]$
- (C)  $\left[\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right]$
- (D)  $\left[\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right]$
- (E)  $[2; -3]$

14. Jellemezze a grafikon alapján a függvény tulajdonságait! (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, paritás, szélső értékek, korlátosság)



15. Az alábbi ábrák közül melyik az  $f: y = \left| \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} \right|$  függvény grafikonja?





16. Határozzák meg az  $f: y = x^2 + 3x - 14$  és  $g: y = x - 2$  függvények grafikonjai metszéspontjainak koordinátáit! A függvények grafikonjai metszéspontjainak legnagyobb koordinátája?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

17. A lineáris függvény értékei  $f(1) = -6, f(5) = 2$ . Mennyi a függvény értéke  $f(-2)$ -ben?

18. Határozza meg a függvény értelmezési tartományát!

$$f : y = \sqrt{2 - 3x}$$

19. Vázolja fel az adott függvény grafikonját!

$$f : y = 2|x - 1| + 2$$

20. Vázolja fel az adott függvény grafikonját és határozza meg, hogy hol növekvő a függvény!

$$f : y = |-x^2 + 4x + 1|$$

## A hatvány és lineáris törtfüggvény

1. Definiálja a hatvány függvényt!
2. Érvényes –e a következő állítás?

Az  $f: y = x^{-4} - 2$  függvény páros.

- A) igaz  
B) hamis

3. Rajzoljon fel egy olyan hatvány függvényt, mely páratlan és csökkenő!

4. Az adott állítások közül, melyik **nem igaz** az:  $f: y = \frac{4x+5}{x-3}$  függvényre?

A)  $D(f) = R - \{3\}$

B)  $H(f) = R - \{4\}$

C) a  $f$  függvény aszimptotái  $a_1: x = 4$ ,  $a_2: y = 3$

D) az  $f$  függvény egy- egyértelmű

E) az  $f$  függvény csökkenő

5. Válassza ki az  $f: y = \frac{3x-2}{x+1}$  függvény  $(0, \infty)$  intervallumon való monotonitásával és

korlátosságával kapcsolatos igaz állítást!

- A. Az  $f$  függvény  $(0, \infty)$  intervallumon növekedő és csak alulról korlátos.  
B. Az  $f$  függvény  $(0, \infty)$  intervallumon csökkenő és csak felülről korlátos.  
C. Az  $f$  függvény  $(0, \infty)$  intervallumon növekedő és korlátos.  
D. Az  $f$  függvény  $(0, \infty)$  intervallumon növekedő és nem korlátos.  
E. Az  $f$  függvény  $(0, \infty)$  intervallumon csökkenő és nem korlátos.

6. A  $\langle 2; 3 \rangle$  intervallumon definiált  $f: y = \frac{2x-6}{x-1}$  függvény szélsőértékeivel kapcsolatos állítások közül melyik az igaz?

- A. Az  $f$  függvénynek a  $\langle 2; 3 \rangle$ -on van maximuma, de nincs minimuma.  
B. Az  $f$  függvénynek a  $\langle 2; 3 \rangle$ -on van minimuma, de nincs maximuma.  
C. Az  $f$  függvénynek a  $\langle 2; 3 \rangle$ -on nincs se minimuma, se maximuma.  
D. Az  $f$  függvénynek a  $\langle 2; 3 \rangle$ -on az  $x=2$ -ben van maximuma, és az  $x=3$ -ban van minimuma.  
E. Az  $f$  függvénynek a  $\langle 2; 3 \rangle$ -on az  $x=2$ -ben van minimuma, és az  $x=3$ -ban van maximuma.

7. Adott az  $f: y = \frac{2-3x}{x+1}$  függvény. Határozzátok meg az  $f$  függvény aszimptotáinak az egyenleteit!

(A)  $x = -1, y = \frac{3}{2}$

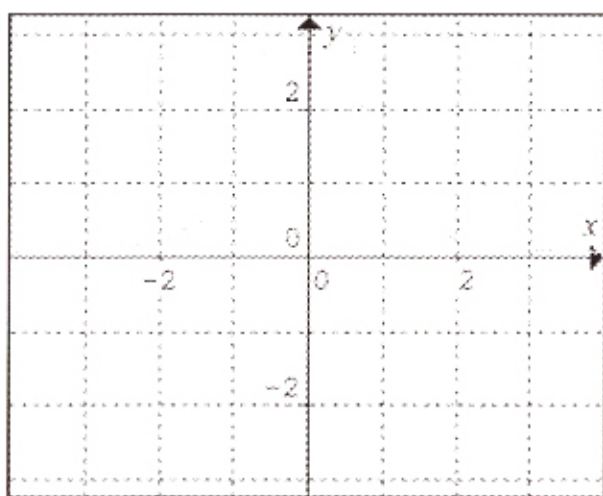
(B)  $x = \frac{3}{2}, y = -1$

(C)  $x = -1, y = -3$

(D)  $x = -3, y = -1$

(E)  $x = -1, y = -2$

8. Döntse el, hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán!



A.  $f: y = x^2$

B.  $f: y = x^{-3}$

C.  $f: y = x^{-2}$

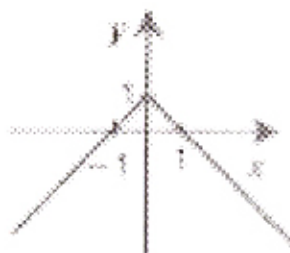
D.  $f: y = x^3$

E.  $f: y = -x^{-2}$

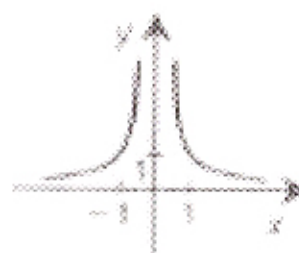
9. Az ábrán látható grafikonok közül, melyik a grafikonja az  $y = \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2}$



(A)



(B)



(C)



(D)

10. Döntse el, hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán!

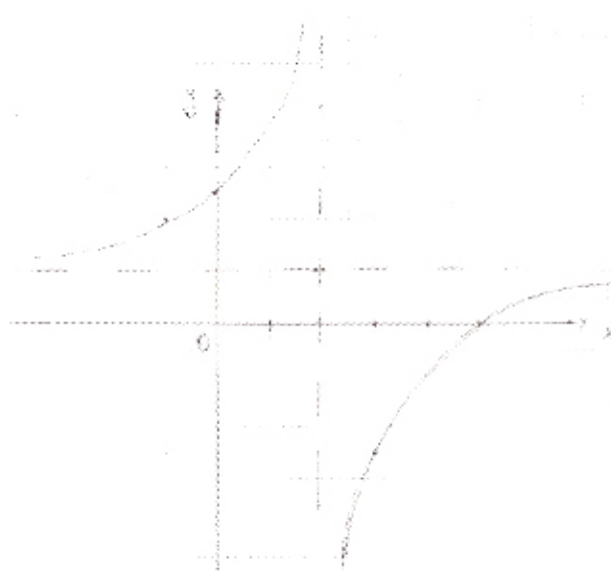
A)  $f: y = 1 + \frac{3}{x-2}$

B)  $f: y = 2 - \frac{3}{x-1}$

C)  $f: y = 1 + \frac{3}{x+2}$

D)  $f: y = 1 - \frac{3}{x-2}$

E)  $f: y = 2 - \frac{3}{x+1}$



11. Vázold fel az adott függvény grafikonját!

$$f: y = (x-1)^5 + 2$$

**12. Egészítsd ki:**

Az  $f: y = (x-3)^4 + 2$  függvény értelmezési tartománya ....., és értékkészlete .....

13. Írja fel az  $f: y = \frac{2x+3}{x-5}$  függvény inverz függvényét!

14. Számítsd ki az  $p$  paramétert, ha a  $f: y = \frac{x+10}{x-1}$  függvény grafikonja áthalad a  $C[p, -5]$  ponton!

15. Vázolja fel a függvény grafikonját és jellemezze monotonitás szempontjából!

$$f: y = \left| \frac{3x-2}{x-1} \right|$$

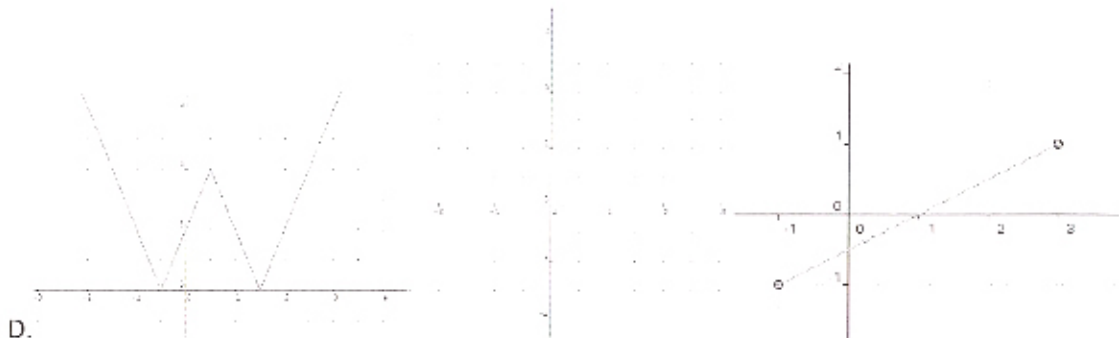
## A függvény tulajdonságai, grafikonjai

1. Az ábrák közül válaszd ki azt a ábrát, amely nem függvényt ábrázol!

A.

B.

C.

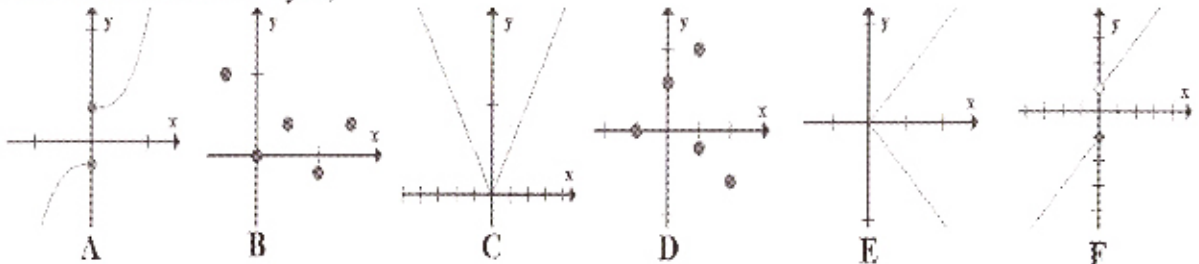


D.



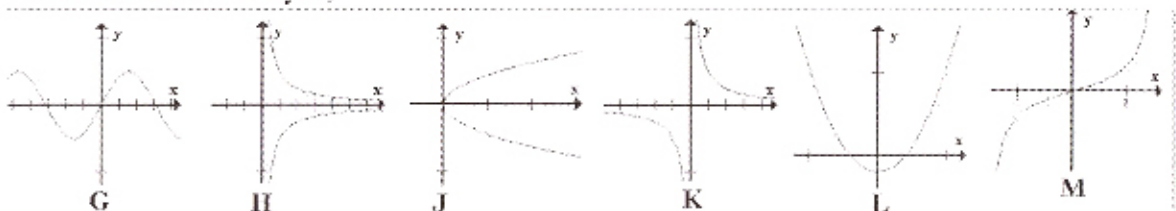
2. Az ábrák közül válaszd ki azokat, amelyek lehetnek egy függvény grafikonjai!

Több ábra is lehet helyes,



3. Az ábrák közül válaszd ki azokat, amelyek nem lehetnek egy függvény grafikonjai!

Több ábra is lehet helyes,

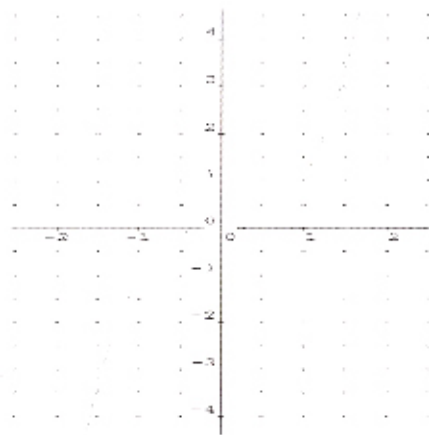
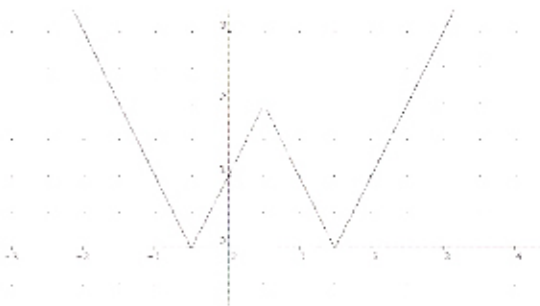
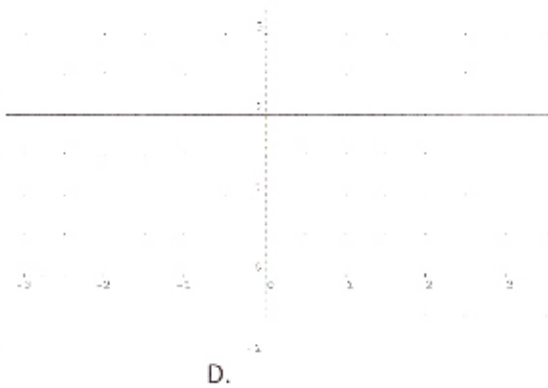
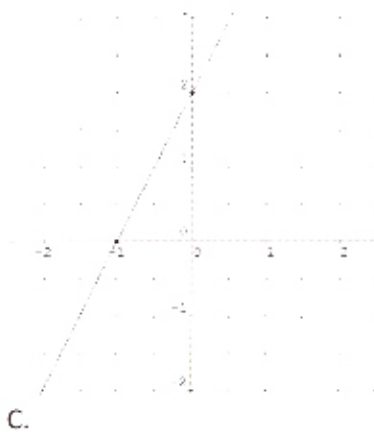


4.

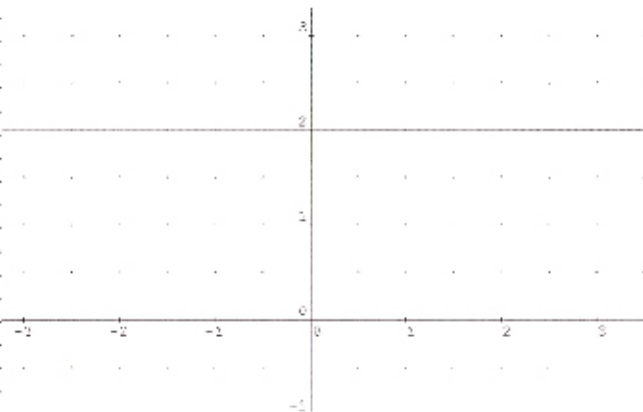
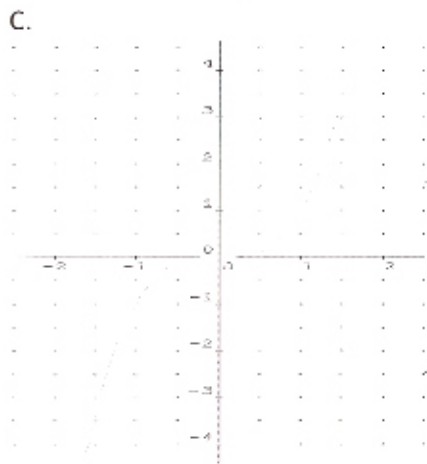
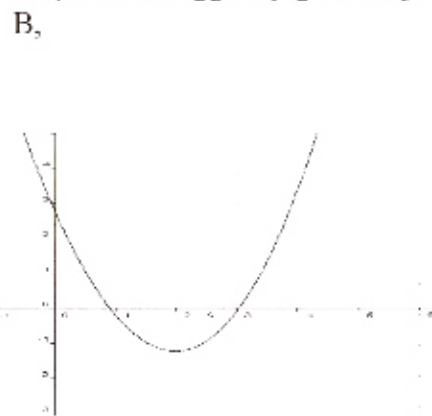
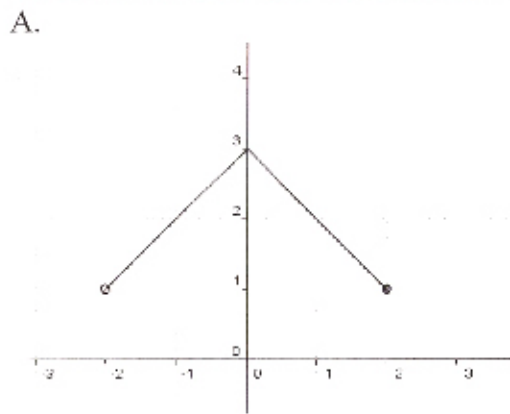
5. Az az ábrán látható grafikonok közül válaszd ki a páros függvény grafikonját!

A.

B.



6. Az az ábrán látható grafikonok közül válaszd ki a páratlan függvény grafikonját!



7. Az  $f: y = \frac{\sqrt{(x+4) \cdot (x-7)}}{(x+4)(x-3)}$  függvény értelmezési tartománya:

- A.  $(-\infty, -4) \cup < 7, \infty)$
- B.  $(-\infty, -4) \cup (7, \infty)$
- C.  $(-\infty, -4) \cup < 7, \infty)$
- D.  $(-\infty, 3) \cup (7, \infty)$
- E.  $(-\infty, 3) \cup < 7, \infty)$

8. Az  $f_1 - f_5$  függvények közül hány függvényre érvényes, hogy felülről korlátos?

$$f_1: y = -(x + 3)^2 - 7,$$

$$f_2: y = \sqrt{5 - x}$$

$$f_3: y = \frac{1}{x - 3}$$

$$f_4: y = 4 \cdot \operatorname{tg} x$$

$$f_5: y = -x^{-2}$$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

9. Az alábbi halmazok közül melyik az  $f: y = \sqrt{\frac{-6}{5x^2 + 2x - 3}}$  függvény értelmezési tartománya?

- A.  $(-\infty; -5) \cup (3; , \infty)$
- B.  $(-5; 3)$
- C.  $(-\infty; -1) \cup (0.6; , \infty)$
- D.  $(-1; 0,6)$
- E.  $(-3; 5)$

10. Állapítsák meg az  $f: y = \sqrt{\frac{1-x}{x-2}} + 2$  függvény értelmezési tartományát!

- A.  $(2; 3>$
- B.  $(-\infty; 2) \cup (3; , \infty)$
- C.  $(-\infty; 2) \cup (2; , \infty)$
- D.  $< 3; \infty)$
- E.  $(-\infty; 2) \cup < 3; \infty)$

11. Adottak az  $f_1 - f_6$  függvények!

Válasszák ki azt a lehetőséget, amelyben az adott  $f_1 - f_6$  függvények közül csak azok a függvények vannak feltüntetve, amelyek az egész értelmezési tartományukon növekedők!

$$f_1: y = -\frac{4}{3}x, f_2: y = x^2 - x + 2, f_3: y = \frac{x}{x+1}, f_4: y = x^3 - 5, f_5: y = \log_2 x, f_6: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x,$$

(A)  $f_1, f_6$

(B)  $f_2, f_4, f_5$

(C)  $f_2, f_3, f_4$

(D)  $f_3, f_4, f_5$

(E)  $f_4, f_5$

12. Adott az  $f: y = \frac{2|x|}{x}$  függvény. Határozzátok meg az értékkészletét!

(A)  $H(f) = \mathbb{R}$

(B)  $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

(C)  $H(f) = \{2; 0; -2\}$

(D)  $H(f) = \{-2; 2\}$

(E)  $H(f) = \{2; -2\}$

13. Az  $f: y = \sqrt{x-3} + 1$ , ahol  $x \geq 3$  inverz függvénye az:

A.  $f^{-1}(x) = x^2 + 2$ , ahol  $x \geq 1$  függvény.

B.  $f^{-1}(x) = (x + 1)^2 + 3$ , ahol  $x \geq 1$  függvény

C.  $f^{-1}(x) = (x + 1)^2 - 3$ , ahol  $x \geq 1$  függvény

D.  $f^{-1}(x) = (x - 1)^2 + 3$ , ahol  $x \geq 1$  függvény

E.  $f^{-1}(x) = (x - 1)^2 - 3$ , ahol  $x \geq 1$  függvény



## Hatvány

1. Adott az  $f: y = \frac{50 - 7x}{\sqrt{x^2 - x - 6}}$  függvény. Határozd meg az értelmezési tartományát!

- A:**  $\mathbb{R} - \{-2, 3\}$       **B:**  $\mathbb{R}$       **C:**  $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$       **D:**  $\langle -2, 3 \rangle$       **E:**  $\emptyset$   
**F:** egyik sem

2. Egyszerűsítsd az alábbi kifejezést!

$$\frac{(9x^2y^3)^4 \cdot (3xy^2)^6}{(5x^3y^4)^3 \cdot (5xy^5)^3} =$$

- A:**  $\frac{9y^3}{x^4}$       **B:**  $\frac{3^{14} \cdot x^2}{5^6 \cdot y^3}$       **C:**  $\frac{3y^3}{x^4}$       **D:**  $\frac{3y^2}{x^2}$       **E:** 1      **F:**

egyik sem

3. Végezd el a következő műveleteket! Mennyi az eredmény?

$$2^{-1} - (-2)^0 + 2^{-3} \cdot \left[ 4^2 - \frac{1}{2^{-4}} + 2^2 \right]$$

- A)**  $\frac{1}{2}$       **B)**  $-\frac{1}{4}$       **C)**  $\frac{3}{2}$       **D)** 0      **E)** 2      **F)** egyik sem

4. Rendezd növekvő sorrendbe a következő kifejezéseket!

$$x = 3^5; \quad y = -\frac{1}{5^9}; \quad z = \left(-\frac{1}{3}\right)^8$$

- A)**  $x < y < z$       **B)**  $y < z < x$       **C)**  $z < x < y$       **D)**  $x < z < y$       **E)**  $y < x < z$       **F)** egyik sem

5. Az alábbi kifejezések közül melyik az, amelyiknek az értéke nagyobb, mint 1?

- A)  $(-5)^3$     B)  $3^{-1}$     C)  $2^0$     D)  $\frac{3^2}{2^4}$     E)  $\left(\frac{1}{2}\right)^7$     F) egyik sem

6. Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezést!

$$(5 + \sqrt{5})^2 =$$

- A) 30    B) 20    C) 50    D)  $30 + 10\sqrt{5}$     E)  $40 + \sqrt{5}$     F) egyik sem

7. A következő 5 állítás közül hány igaz?

$$\sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \quad \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10} \quad (\sqrt{3})^4 = \sqrt{(-3)^4} \quad 5\sqrt{5} = (\sqrt{5})^5$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5    F) egyik sem

8. Mennyivel egyenlő?

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} =$$

- A)  $\frac{32}{243}$     B)  $-\frac{32}{243}$     C)  $\frac{243}{32}$     D)  $-\frac{243}{32}$     E)  $-\frac{10}{3}$     F) egyik sem

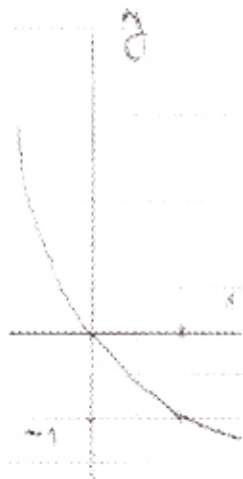
9. Ábrázold a következő függvényt!

$$f: y = \sqrt{(3-x)^2}$$

10. Ábrázold a függvényt és írd le a tulajdonságait!

(értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, szélső értékek)

$$g: y = \sqrt{x+2} - 1$$



## Exponenciális és logaritmus függvények, egyenletek, egyenlőtlenségek

1. Melyik állítás igaz az  $f: y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + 5$  függvényre?

- a) növekedő
- b) konstans
- c) korlátos
- d)  $D(f) = (0, \infty)$

e) csökkenő

2. Melyik függvény grafikonja látható az ábrán?

a)  $f: y = -3^{x+1}$

b)  $f: y = \log_3(x+1)$

c)  $f: y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$

d)  $f: y = \log\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

e)  $f: y = 3^{x-1}$

3. Határozd meg, hogy a  $\sqrt{0,4^{-2x}} = \frac{25}{4}$  egyenletnek a valós számok halmazán melyik intervallumban van megoldása?

- a) (1,3)      b) (3,5)      c) (5,7)      d) (7,9)      e) egyik sem

4. Melyik  $a \in \mathbb{R}$  számok estén lesz az  $f: y = \left(\frac{a-1}{a+1}\right)^x$  függvény növekvő?

- A.  $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$
- B.  $(-\infty; -1)$
- C.  $(-1; \infty)$
- D.  $(1; \infty)$
- E.  $(-1; 1)$

5. Melyik állítás igaz az  $f: y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  függvényre?

- a) növekvő és alulról korlátos
- b) csökkenő és felülről korlátos
- c) értékkészlete  $H(f) = R$  és alulról korlátos
- d) értelmezési tartománya  $D(f) = R$  és növekvő
- e) értékkészlete  $H(f) = (-\infty, 0)$  és növekvő.

6. Határozzák meg az  $f: y = 2 + \log_{11}(2x + 7)$  függvény értelmezési tartományát!

- A.  $< 2, \infty)$
- B.  $(2, \infty)$
- C.  $(0, \infty)$
- D.  $\left(-\frac{7}{2}, \infty\right)$
- E.  $< -\frac{7}{2}, \infty)$

7. Az alábbi halmazok közül melyik az  $y = \log(9 - 8x - x^2)$  függvény értelmezési tartománya?

- A.  $(-\infty; -9) \cup (1; \infty)$
- B.  $< 0; 9)$
- C.  $< 0; 1)$
- D.  $(-1; 9)$
- E.  $(-9; 1)$

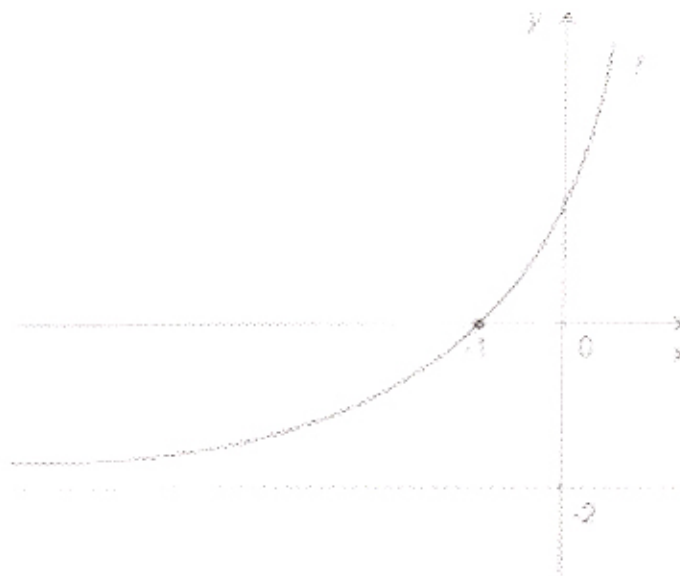
8. Melyik  $m \in R$  számok esetén lesz az  $f: y = \left(\frac{m+2}{5}\right)^x$  függvény növekvő?

- A.  $(3, \infty)$
- B.  $(-\infty, 3)$
- C.  $(0, 3)$
- D.  $(-\infty, -2)$
- E.  $(-2, \infty)$

9. Az alábbi függvények közül melyeknek az értékkészlete a  $(0; \infty)$ ?

- A.  $y = 10^{-x}$
- B.  $y = -(10^x)$
- C.  $y = -(10^{-x})$
- D.  $y = \log x$
- E.  $y = -\log x$

10. Az ábrán az  $f: y = 2^{x+a} + b$  függvény grafikonjának egy része látható, ahol  $a, b$  ismeretlen valós számok. Mekkora értéke van az  $a \cdot b$  szorzatnak?

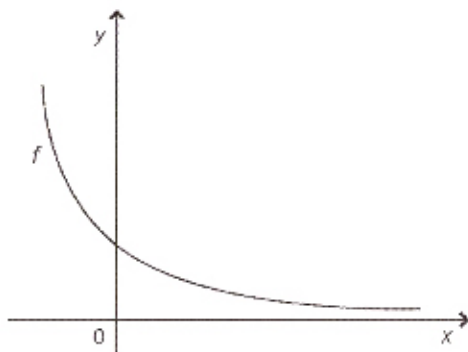


- A. 4
- B. 2
- C. 0
- D. -3
- E. -4

11. Állapítsák meg az  $f: y = \log_2 \frac{3x-2}{1-x}$  függvény értelmezési tartományát!

- (A)  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$
- (B)  $\left(\frac{2}{3}; \infty\right)$
- (C)  $\left\langle \frac{2}{3}; 1\right\rangle$
- (D)  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; \infty)$
- (E)  $(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$

12. Az ábrán az  $f: y = 0,5^x$  függvény grafikonjának egy része látható. Döntsenek az  $f$  függvény monotonitásáról, korlátosságáról és szélső szélsőértékeiről.



Az  $f$  függvény az egész értelmezési tartományán.

- (A) fogyó, alulról korlátos és nincsenek szélsőértékei.
- (B) fogyó, alulról korlátos és van minimuma.
- (C) fogyó, korlátos és van minimuma.
- (D) növekedő, alulról korlátos és van minimuma.
- (E) növekedő, korlátos és nincsenek szélsőértékei.

13. Írd fel az  $f: y = \log_3(x-1) + 2$  függvény inverz függvényét!

14. Számítsd ki az egyenlet gyökét!

$$\log(x+2) - \log(x-4) = 2 - \log 25$$

15. Oldd meg az egyenlőtlenséget!

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1+x}{1-x}} = 243$$

16. Vázold fel a függvény grafikonját és jellemed a következő tulajdonságait!

(értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás)

$$f: y = |\log_3(x+1)|$$

## Analitikus geometria

1. Adott a  $k: x^2 + y^2 = 9$  körvonal és a  $p: y = 2x + 7$  egyenes. Az A pont a  $k$  körvonalon, a B pont pedig a  $p$  egyenesen fekszik. Találják meg az A és a B pontok helyét úgy, hogy az AB szakasz a lehető legrövidebb legyen! Állapítsák meg az AB szakasz hosszát!  
A. 0,13  
B. 0,23  
C. 1,3  
D. 2,3  
E. 0,33
2. Adott az ABCDEF szabályos hatszög, ahol az A pont koordinátái  $[1;3]$ , és a D pont koordinátái  $[4;7]$ . Számítsák ki a hatszög köré írt kör középpontja koordinátáinak összegét!  
A. 8,5  
B. 7,5  
C. 7,6  
D. 15  
E. 8,6
3. Adott az  $x^2 + (y - 3)^2 = 25$  egyenletű  $k$  kör. Határozzák meg a  $k$  kör és az  $x$  tengely metszéspontjainak távolságát!  
A. 9  
B. 7  
C. 5  
D. 3  
E. 8
4. Adott az  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$  egyenlettel megadott körvonal és az  $x = t, y = t$ , ahol  $t \in \mathbb{R}$ , paraméteres alakban megadott egyenes. Számítsák ki metszéspontjaik  $x$  koordinátáinak összegét!  
A. 2  
B. 0  
C. 1  
D. -1  
E. -2
5. A  $p$  egyenes az  $y = \frac{1}{2}x - 1$  előírással van megadva. A  $q$  egyenes merőleges a  $p$  egyenesre, és áthalad az A  $[1,5]$  ponton. Állapítsák meg a  $q$  egyenes és az  $y$  tengely metszéspontjának az  $y$  koordinátáját!

- A. 4  
 B. 5  
 C. 6  
 D. 7  
 E. 8
6. Adottak az A  $[-1; 1]$  és B  $[3; -2]$  pontok. Határozzák meg a C  $[c; c]$  pont koordinátaiban szereplő  $c$  valós számot úgy, hogy a C pont az ABC derékszögű háromszög csúcspontja legyen, miközben a derékszög a B csúcs pont mellett fekszik!  
 A. 18  
 B. 17  
 C. 16  
 D. 15  
 E. 14
7. Döntsenek a  $p: x + 2 = 0$  egyenes és a  $k: x^2 + y^2 - 10x + 2y + 17 = 0$  körvonal kölcsönös helyzetéről!  
 A. A  $p$  a  $k$  körvonalon kívül haladó egyenes.  
 B. A  $p$  egyenes a  $k$  körvonal  $x$  tengellyel párhuzamos érintője.  
 C. A  $p$  egyenes a  $k$  körvonal  $y$  tengellyel párhuzamos érintője.  
 D. A  $p$  egyenes a  $k$  körvonal  $x$  tengellyel párhuzamos szelője.  
 E. A  $p$  egyenes a  $k$  körvonal  $y$  tengellyel párhuzamos szelője.
8. A derékszögű háromszög köré írt körvonalat az  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$  egyenlet határozza meg. Határozzák meg ezen derékszögű háromszög átfogójának hosszát!  
 A. 25  
 B. 5  
 C. 10  
 D. 15  
 E. 20
9. Adottak az A  $[2; 2]$  és a B  $[4; 10]$  pontok. Határozzák meg az AB szakasz tengelyének irányítányezőjét!  
 A. -4  
 B.  $-\frac{1}{4}$   
 C.  $\frac{1}{4}$   
 D. 4  
 E.  $\frac{27}{4}$
10. Számítsák ki az  $x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$  egyenlettel meghatározott  $k$  körvonal sugarát!  
 A. 15  
 B. 12  
 C. 10  
 D. 13  
 E. 23



11. Az ABC háromszögben az  $a$  oldalra húzott magasság a  $4x + 5y + 7 = 0$  egyenlettel meghatározott egyenesre illeszkedik. Az  $a$  oldal közepe az  $S [5; 2]$  pont. Határozzák meg azon egyenes általános egyenletét, amelyre illeszkedik az ABC háromszög  $a$  oldala!
- A.  $4x + 5y = 0$
  - B.  $4x + 5y - 30 = 0$
  - C.  $5x + 4y - 33 = 0$
  - D.  $5x - 4y - 17 = 0$
  - E.  $5x - 4y + 10 = 0$
12. Adottak a  $2x + 3y = 18$  és a  $3x - y - 5 = 0$  egyenletekkel meghatározott egyenesek. Határozzák meg az adott egyenesek metszéspontjának távolságát a koordináta-rendszer  $[0; 0]$  kezdőpontjától!
- A. 3
  - B. 4
  - C. 5
  - D. 9
  - E. 12
13. Adott az egyenes, amely áthalad az  $A [-3; 22]$  és  $B [33; -2]$  pontokon. Határozzák meg ezen egyenes összes olyan pontjának számát, amelyeknek mindkét koordinátája pozitív egész szám!
- A. 3
  - B. 5
  - C. 7
  - D. 9
  - E. 11
14. Határozzák meg az  $A [3; 0]$  és  $B [4; 2]$  pontokon átmenő egyenes irányítányezőjét!
- A. 2
  - B. 4
  - C. 6
  - D. 8
  - E. 10
15. Határozzák meg a  $q$  együttható pozitív értékét, amelyre az  $y - 2x + q$  egyenlettel adott egyenesnek és az  $x^2 + y^2 = 5$  egyenlettel adott körvonalnak éppen egy közös pontja van!
- A. 3
  - B. 5
  - C. 7
  - D. 9
  - E. 11



## Aritmetikai sorozat

1. Definiálja, mit nevezünk sorozatnak!

2. Írja fel a ötten osztható természetes számok  $n$ -edik tagját!

3. Ábrázolja az  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  sorozat első négy tagját a Descartes-koordináta rendszerben!

$$a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$$

4. Írja fel a végtelen sorozat  $n$ -edik tagjára vonatkozó összefüggést!

$$1, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5\sqrt{5}}, \dots$$

5. Írja fel a rekurzív módon megadott sorozat első hat tagját!

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} = 128$$

6. Egy számtani sorozat nyolcadik tagja 9, huszonkettedik tagja 21. Mennyi a tizenötödik tagja?

A) 12    B) 13    C) 14    D) 15    E) 11    F) egyik sem

7. Mennyi a számtani sorozat differenciája, ha a tizenhetedik és huszonhatodik tagjának különbsége 270?

A) -30    B) -17    C) 25    D) 27    E) 30    F) egyik sem

8. Hány számtani sorozat található az alábbi sorozatok között?

$$a_n = 2n - 1, b_n = \frac{n^2 - 49}{n + 7}, c_n = 9, d_n = \sin(n\pi), e_n = \cos(n\pi)$$

A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5    F) egyik sem

9. Számítsd ki az első 100 természetes szám összegét!

10. Számítsd ki a számtani sorozatnak az első tagját és differenciáját!

$$a_1 + a_7 = 42, a_{10} - a_3 = 21$$

11. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$$

12. A mozi nézőtere trapéz alakú. Az első sorban 85 szék, az utolsó sorban pedig 103 szék van. Minden sorban két székkal több van, mint az előzőben. Hány néző fér el a moziban, ha minden szék foglalt?

## Mértani sorozat

1. Definiálja, mit nevezünk mértani sorozatnak!

2. Írja fel a végtelen sorozat  $n$ -edik tagját!

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \frac{3}{32}, \frac{7}{128}, \dots$$

3. Határozd meg rekurzív módon a sorozatot!

$$a_n = \frac{n+1}{n}$$

4. Ábrázolja az  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  sorozat első hat tagját a Descartes-koordináta rendszerben!

$$a_n = \frac{n+1}{2n}$$

5. Hány számtani sorozat található az alábbi sorozatok között?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5
- F. egy sem

$$a_n = \sin^2 n + \cos^2 n, b_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n, c_n = \frac{n}{5}, d_n = \cos(n\pi), e_n = \operatorname{tg}(n\pi)$$

6. Határozd meg az  $a$  paraméter értékét, hogy az  $a + 1$ ,  $a - 2$ ,  $a + 5$  a mértani sorozatnak három egymást követő tagja legyen!

- A) -10    B) -2    C) -0,5    D) -0,1    E) 10    F) egyik sem

7. Mekkora a mértani sorozat kvóciense, ha

$$a_1 = 4, a_3 = \frac{1}{2}?$$

- a)  $\frac{1}{24}$       b)  $\frac{1}{2}$       c)  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$       d)  $\sqrt[3]{2}$       e) 2

8. Mekkora az  $n$  értéke annak a mértani sorozatnak, amelyben a sorozat kvóciense  $q=9$ ,

$$a_n = 3^{25} \text{ és az első } n \text{ tag összege } s_n = \frac{3^{27} - 3^7}{8} ?$$

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11      F) egyik sem

9. Számítsd ki a sorozat első húsz tagjának az összegét, ha  $a_1 = 8, q = \frac{1}{2}$ !

10. Számítsd ki a mértani sorozat az első tagját és kvóciensét!

$$a_1 + a_2 = 4, a_2 - a_4 = -24$$

11. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

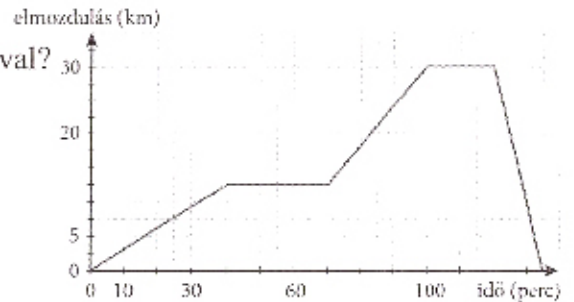
$$x + 2x^2 + 4x^3 + 8x^4 + \dots = 0,5$$

12. Mennyi idő alatt csökken a műszer vételára a kétharmadára, ha minden évben 10%-al kevesebb lesz mint az előző évben!

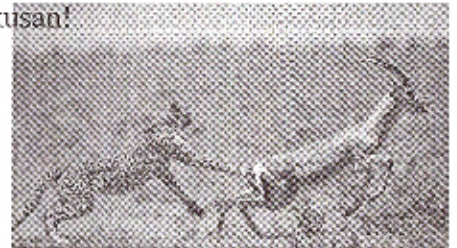
## Projektfeladatok I

- 1) Tóni 9:30-kor biciklizni indult a barátáival. Menet közben Matyinak leesett a lánc, ezért kicsit megálltak, megszerelték, ettek és ittak, majd tovább tekertek. Nem sokkal később Matyi biciklije újra elromlott, de sajnos ezúttal nem tudták megjavítani, így vonattal jöttek haza.

- a) Hány percet álltak az első és a második szerelés alkalmával?  
b) Hány km/h-val tekertek az első 40 percben?  
c) Gyorsabban mentek az első pihenő után? Mennyivel?  
d) Mikorra értek haza?  
e) Hány km/h-val ment a vonat?



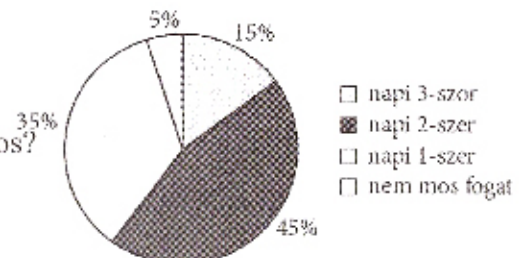
- 2) A gepárd megpillantotta a tőle 125 méterre álló gazellát. Ugyanabban a pillanatban a gazella is észrevette a ragadozót, és futásnak eredt. A gepárd 90 km/h sebességgel üldözte zsákmányát, a gazella 60 km/h sebességgel menekült. Oldd meg a feladatot grafikusan!



- a) Hány másodperc alatt érte utol a gepárd a gazellát?  
b) Hány métert tett meg a gazella, míg utolérte őt a gepárd?  
c) Mekkora kell legyen a két állat közötti távolság, hogy a gazella megmeneküljön, ha a gepárd 27 másodperc után feladja a gazella üldözését?

- 3) A Fogorvosok Egyszülete felmérést készített a gyerekek fogmosási szokásairól.

- a) Hány százalékkal vannak többen azok, akik naponta 3-szor fogat mosnak, mint azok, akik nem szoktak fogat mosni?  
b) Igaz-e, hogy a gyerekek fele naponta legalább kétszer fogat mos?  
c) 1000 gyerekből átlagosan hány gyerek nem mossa a fogat?  
d) Hány gyereket kérdeztek meg, ha 5400 gyerek azt válaszolta, hogy naponta átlagosan kétszer mos fogat?



4) A sulibüfében a szendvics  $s$  forintba, a pogácsa  $p$  forintba, a kakaós csiga pedig  $k$  forintba kerül.

a) Mennyi pénzt fizet Julcsi, ha mindháromból vesz egyet-egyet?

b) Mennyit fizetnek a Kárpáti ikrek, ha összesen 4 pogácsát, 3 szendvicset és 1 kakaós csigát vesznek?

c) Mennyi pénzt hagy a büfében Jancsi, ha egész héten napi egy szendvicset és egy kakaós csigát vásárol?

d) Miből mennyit vásárolhatott a 7.a osztály, ha  $12k + 8p + 23s$  forintot fizettek?

A szendvics 110 Ft, a pogácsa 80 Ft és a kakaós csiga 140 Ft.

e) Számítsd ki, mennyit fizetett Julcsi!

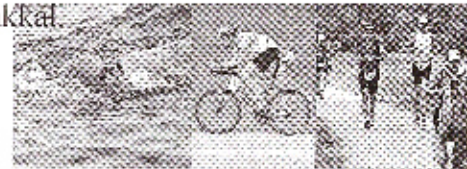
f) Számítsd ki, mennyit fizettek a Kárpáti ikrek!

g) Számítsd ki, mennyit költött a büfében Jancsi!

h) Számítsd ki, mennyit fizettek a 7.a-sok!



5) Egyre több a túltáplált gyerek hazánkban is, ami sok esetben a mozgás hiányára utal. A kamasz gyerekek kalóriaszükséglete 2000-2200 kcal naponta, ami igen könnyen átléphető a túlzott nassolással. Ha figyelsz arra, hogy egészségesen étkezz és rendszeresen sportolj, nem kell aggódnod a súlyfelesleg miatt. Az alábbi táblázatban megtalálod, mennyi kalóriát égethet el egy körülbelül 60 kilogrammos gyerek fél óra alatt az alábbi mozgásformákkal.



mozgásforma	futás	gyaloglás	hólapátolás	kerék-pározás	kirándulás	focizás	porszívózás	úszás
kalória	303	90	181	228	195	242	75	217

a) Te mit sportolsz? Nézz utána, mennyi kalóriát égetsz el vele alkalmanként!

b) Egy óra porszívózással, vagy fél óra hólapátolással égetsz el több kalóriát?

c) Hány százalékkal égetsz el több kalóriát fél óra futással, mint fél óra gyaloglással?

d) Ha megesszel egy tábla csokit (kb. 550 kcal), az hány százaléka a szükséges kalóriabevitelnek?

e) Gergő egy kis nassolással 2750 kalóriát fogyasztott. Délután 14:00–17:30-ig hatalmasat kirándult a barátaival. A bevitt kalóriák hány százalékát égette el így?

6) Márk apukája egyéni vállalkozó, taxisként dolgozik. Éppen most vásárolt új autót, 6 500 000 forintot költött rá. Úgy tervezi, hogy ezzel az autóval 400 000 kilométert tesz meg. Tapasztalatból tudja, hogy egy évben átlagosan 50 000 kilométert fut az autó. A 400 000 kilométer megtétele után az autót 500 000 Ft-ért tudja majd eladni. Az autó átlagfogyasztása 7,5 liter benzin 100 kilométerenként. A benzin ára az első évben 360 forint/liter, és Márk apukája úgy számol, hogy évente átlagosan öt forinttal emelkedik majd a benzin ára.



a) Írd be a táblázatba az adatokat!

Megnevezés	Számadat (érték és mértékegység)
Autó vételára	
Tervezett összes kilométer	
Tervezett éves kilométer	
Autó eladási ára	
Autó átlagfogyasztása	
Benzin ára az első évben	
Ennyit emelkedik a benzin ára egy-egy évben	

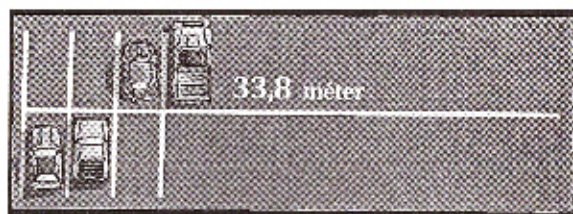
b) Hány évig fogja használni az autóját Márk apukája?

c) Ha kilométerenként 300 forintot kér az utasokól, ebből (mármint a kilométerenkénti díjból) mennyit tegyen félre, hogy meg tudja venni a következő kocsit, ha ez lefutotta a 400 000 kilométert, és úgy számol, hogy ugyanannyi pénzért tud majd akkor új autót venni, mint most?

d) Terve szerint hany liter benzint fog összesen tankolni Mák apukája, amíg ezt az autót használja a taxizásra?

e) Összesen mennyi pénzt fog kiadni benzinre a harmadik évben a tervei szerint?

7) Autók számára parkolóhelyet terveznek.







a) Egy átlagos parkolóhely szélessége 2,5 és 2,75 méter között lehet. Hány parkolóhelyet jelölhetnek ki egy 33,8 méter hosszú üres területen, ha egymás mögött 2 autó állhat?

b) Milyen széles lesz egy parkolóhely, ha egyenlő szélességű parkolóhelyeket szeretnének kijelölni?

c) Ha egy felfestett fehér csík 20 cm, egy parkoló autó pedig 2 m széles, akkor mekkora hely marad a parkoló szélénél, illetve két autó között a kiszálláshoz?

8) A  $6 \times 6$ -os táblázatot képzeled el úgy, mintha egy sakktábla lenne. Mind a négy sarkában álljon egy huszár. Mind a négy bábu lóugrásban haladhat, de a következő mezőn egy nagyobb mennyiségnek kell állnia.

	19 mm	2 dlkg	2 min	0,5 év	31 800 min	81 mg	
	30 s	550 m	2,1 cm	6,1 g	$\frac{1}{4}$ h	1 hónap	
	200 g	160 h	3000 dm	22 nap	0,3 dm	504 b	
	0,4 km	$\frac{2}{5}$ min	2 kg	2,5 nap	2500 dlkg	0,1 nap	
	1 hét	4060 cm	1 q	0,3 t	20 nap	0,4 m	
	12 s	18 000 g	2,5 hét	56 dm	$\frac{1}{7}$ hét	24 kg	



- a) A bal felső sarokból induló huszár sorban ezeket a mezőket járja be:  
19 mm <
- b) A jobb felső sarokból induló huszár sorban ezeket a mezőket járja be:  
61 mg
- c) A bal alsó sarokból induló huszár sorban ezeket a mezőket járja be:  
12 s
- d) A jobb alsó sarokból induló huszár sorban ezeket a mezőket járja be:  
24 kg
- e) Mind a négy válaszodat írd le úgy, hogy a mennyiséget egy másik alakban adod meg:  
1,9 cm <  
0,061 g <  
0,2 min <  
2400 dkg <
- f) Színezd ki a 6×6-os táblát négy színnel! Az egy-egy huszár által érintett mezők legyenek azonos színűek!

9) 2014 májusában olvashattuk az interneten:

*„A Central America gőzhajó 1857-ben süllyedt el egy hurrikánban Dél-Karolina partjainál, 13,6 tonna arannyal a fedélzetén. Maradványait 1988-ban találták meg. A hajó 2200 méter mélyen van az Atlanti-óceánban. Szakértők szerint a hajóroncsban lehet az a kereskedelmi aranyszállítmány, amely 1857-ben kb. 90 ezer dollárt ért. Az elsüllyedt hajóban lehet még az utasok által birtokolt arany is, melynek értéke akkoriban kb. 720 ezer dollár volt. A hajókincs felszínre hozatala megkezdődött. Az első feltáró merülést víz alatti robot segítségével hajtották végre. A roncsban található arany mai áron kb. kilencvenmillió dollárt ér.”*

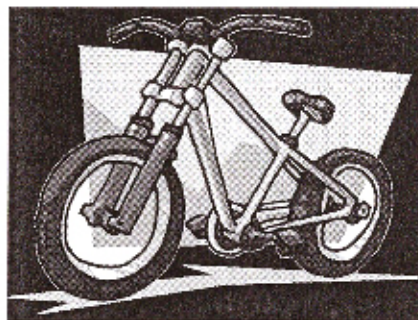
Válaszolj a kérdésekre!

- a) Milyen mélyen van a hajó?
- b) Hogyan hozzák felszínre a kincseket?
- c) Mennyi a kincs becsült értéke 2014-ben?
- d) Mekkora a kereskedők és az utasok kincsének aránya?
- e) Mennyi arannyal indult útnak a gőzhajó 1857-ben?
- f) Mekkora a kincs mai értékének aránya a korabeli értékéhez képest?



10) Gergő kerékpárra gyűjt. Ezért havi 3000 Ft-os zsebpénzének 60%-át 10 hónapon keresztül félretette. Az összegyűlt pénzt év végén a jó bizonyítvány jutalmaként édesapja megduplázta. Gergő így éppen meg tudta venni a kiválasztott biciklit.

- a) Mennyi pénzt tett félre havonta?
- b) 10 hónap alatt mennyi pénze gyűlt össze?
- c) Mennyit kapott édesapjától év végén?
- d) Mennyibe került a bicikli?



11) A napsütéses órák száma évszakonként változik. Magyarországon havi bontásban, decemberben a legalacsonyabb, körülbelül 50 óra, júliusban a legnagyobb, körülbelül 300 óra. A napsütéses órák száma egy év alatt átlagosan 2000 óra körüli érték.

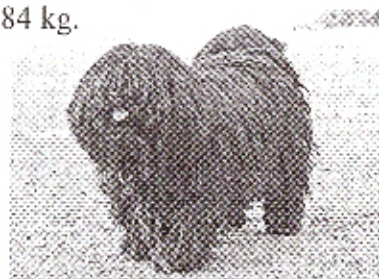
Számítsd ki, hogy decemberben, júliusban, illetve az egész év folyamán az órák hány százaléka volt napos!

- A napok száma decemberben: Az órák száma decemberben:
- A napsütéses és az összes óra hányadosa decemberben: Százalékosan:
- A napok száma júliusban: Az órák száma júliusban:
- A napsütéses és az összes óra hányadosa júliusban: Százalékosan:
- A napok száma egész évben: Az órák száma egész évben:
- A napsütéses és az összes óra hányadosa egész évben: Százalékosan:

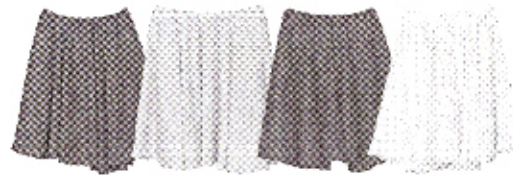


12) Egy átlagos tacskó tömege csak fele egy átlagos puli tömegének és két átlagos puli tömege éppen négy ötöde egy átlagos golden retriever tömegének. Egy átlagos vizsla tömege egyenlő két tacskó és egy puli együttes tömegével. A négy kutya együtt 84 kg.

- Hány kg egy tacskó?
- Legyen a tacskó tömege  $t$  kg.
- Egy puli tömege:
- Egy golden retriever tömege:
- Egy vizsla tömege:
- A négy kutya együttes tömege:



13) Panninak 4 szoknyája és 9 felsője van.



- Hányféleképpen válogathatja össze a szoknyát és a felsőt, ha mindegyiket felveheti mindegyikkel?
- A nagynénjétől kapott szoknyájában a világ minden pénzéért sem menne ki az utcára. Ha édesapja véletlenszerűen készít ki neki hajnalban egy szoknyát, akkor mi az esélye, hogy reggel gond nélkül felveszi?
- Az egyik felsőjét az osztálytársai nagyon megdicsérték, ezért hétfőn, szerdán és pénteken abban megy suliba. Hányféleképpen tud felöltözni kedden, amikor koszos a kedvenc felsője, és a nagynénitől kapott szoknyát sem hajlandó felvenni?

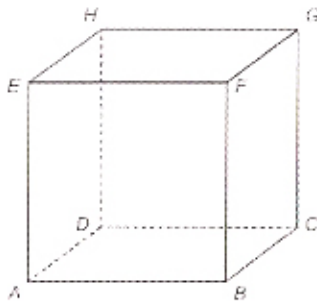
14) Egy mesebeli kisvárosban él egy asztalos, egy pék, egy csizmadia, egy szabó és egy fazekas. Minden termék, amit ők állítanak elő, pontosan egy aranyba kerül. A mesebeli kisváros szabályai szerint a piacon csak vasárnap szabad kereskedni 10 órától 16 óráig, és mindig egész órákor kell lebonyolítani az üzletet. Egy ember egy időben csak egy ügyletet bonyolíthat le. Az asztalosnak csizmára, a péknek péklapátra, a csizmadianak dolmányra, a szabónak edényre, a fazekasnak kenyérre van szüksége. Igen ám, de közülük csak a szabónak van pénze, pontosan egy arany.



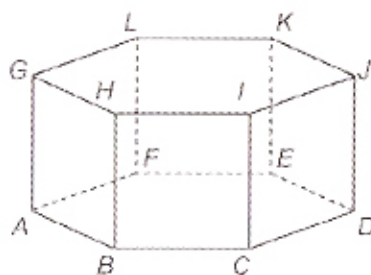
- Ki lesz az első eladó?
- Ki lesz az utolsó vásárló?
- Hány órákor fog eladni a pék?
- Hány órákor fog vásárolni az asztalos?

## Térgeometria

1. Adott a 4 cm oldalhosszúságú ABCDEFGH kocka, és az X pont, amely az AB szakasz felezőpontja. Az EHX sikkal a kockát két testre metszettük szét. Számítsák ki a nagyobbik test térfogatát! Az eredményt köbcéntiméterekben adják meg!



- A. 24  
 B. 48  
 C. 72  
 D. 12  
 E. 36
2. A lipószentmiklósi meteorológiai állomáson az elmúlt 24 órában a lehullott csapadék összmenyisége 1,5 liter víz volt négyzetméterenként. Milyen magasan van a víz abban a henger alakú mérőedényben, amely alaplajának területe  $1 \text{ m}^2$ ? Az eredményt milliméterekben adják meg!
- A. 0,15  
 B. 0,23  
 C. 1,5  
 D. 2,3  
 E. 0,33
3. Adott egy ABCDEFGHIJKL szabályos hatoldalú hasáb, amelynek minden él egyforma hosszúságú. Állapítsák meg fokokban a BK a CL szakaszok által bezárt szög nagyságát!



- A. 52,13  
 B. 51,13  
 C. 54,13

D. 53,13

E. 55,13

4. Adott egy kúp, ahol az alaplappal párhuzamos metszettel két részre osztani úgy, hogy a két létrejött test térfogata egyenlő legyen? Az eredményt centiméterekben adják meg!



A. 2,18

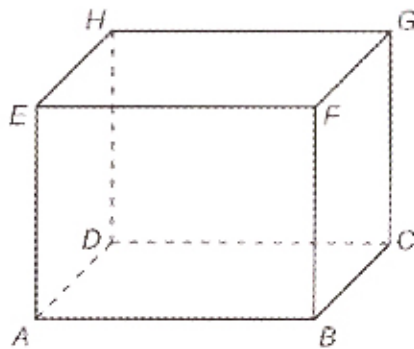
B. 2,28

C. 2,08

D. 2,38

E. 2,48

5. Az ABCDEFGH téglatest méretei  $|AB| = 8$  cm,  $|BC| = 3$  cm és  $|CG| = 5$  cm. Az M pont az AB élnek a középpontja. Számítsák ki centiméterekben az MG szakasz hosszát!



A. 3,03

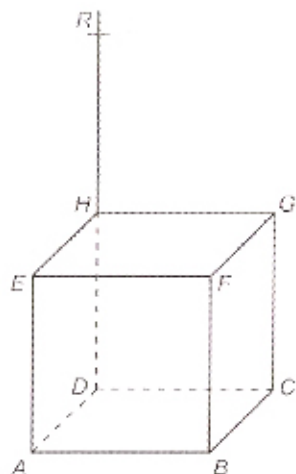
B. 4,04

C. 5,05

D. 6,06

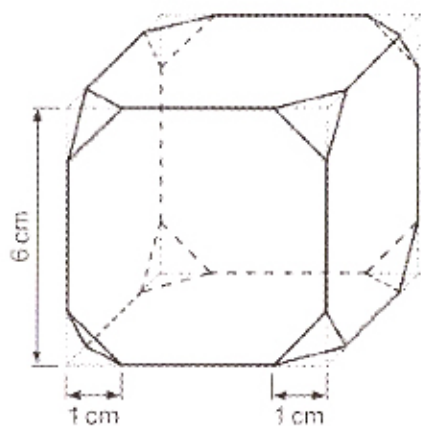
E. 7,07

6. Adott az  $|AB| = 4$  cm élű ABCDEFGH kocka. A H pont a DR szakasz középpontja. A kocka síkmetszete az ACR síkkal egy trapéz. Számítsák ki centiméterekben a trapéz területét!

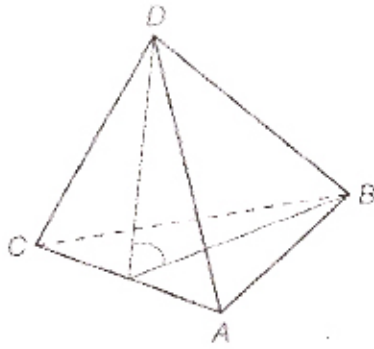


- A. 15,43
- B. 16,43
- C. 17,43
- D. 18,43
- E. 19,43

7. Péternek volt egy 6 cm élű kockája. Levágta a csúcsait úgy, hogy ez által a kocka minden éle a levágott csúcsnál 1 cm-rel rövidebb lett (lásd az ábrát). Hány köbcentiméter a megmaradt test térfogata?

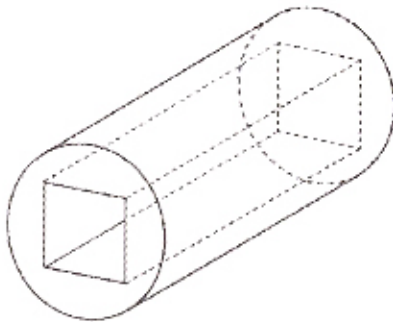


- A. 214,67
  - B. 224,67
  - C. 234,67
  - D. 244,67
  - E. 254,67
8. Adott az ABCD háromszög alapú gúla. Tudjuk, hogy  $|AD| = |BD| = |CD| = 3$  cm, és  $|AB| = |BC| = |CA| = 4$  cm. Számítsák ki fokokban az ACD és az ABC sík által bezárt szög nagyságát!



- A. 55,91
- B. 56,91
- C. 57,91
- D. 58,91
- E. 59,91

9. Az iskola igazgatója elhatározta, hogy építtet egy henger alakú mászókat (lásd az ábrát). A henger hossza 5 m, alaplapjának sugara pedig 1 m. A hengerbe egy téglalast alakú lyukat fúratott, amelynek alaplapja 1 m élű négyzet. Utána az igazgató befestette a mászóka külsejét és belsejét is. Hány négyzetmétert festetett be?



- A.  $10\pi + 20$
- B.  $11\pi + 19$
- C.  $12\pi + 22$
- D.  $12\pi + 20$
- E.  $12\pi + 18$

10. Az ókorban „a kocka térfogatának megkettőzése” feladat az euklideszileg nem szerkeszthető problémák közé tartozott. Meg kellett szerkeszteni a kocka élét úgy, hogy az új kocka térfogata az eredeti kocka térfogatának kétszerese legyen. Az eredeti kocka élének a hossza 19 cm volt. Számítsák ki centiméterekben az új kocka élének a hosszát, melynek térfogata az eredeti kocka térfogatának a kétszerese!

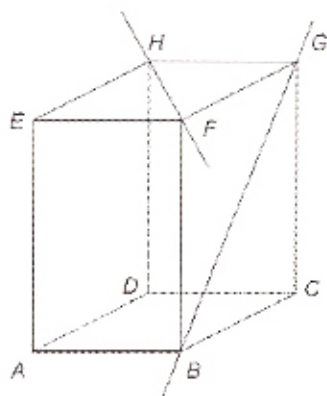
- A. 21,94
- B. 23,94
- C. 25,94
- D. 27,94
- E. 29,94

11. A gépkocsi négyhengeres motorja egy olyan motor, amelyben négy egyforma henger van sorba rakva. A motor egy hengerének a belső átmérője 70 mm, a magassága pedig 80 mm. Mennyi a gépkocsi ezen motorjának összterfogata köbcéntiméterekben kifejezve?
- A. 1251,50  
 B. 1351,50  
 C. 1331,50  
 D. 1231,50  
 E. 1271,50
12. A forgástest az a  $-2$  cm oldalhosszúságú egyenlő oldalú háromszög egyik oldala körüli forgatásával keletkezett. Számítsák ki ennek a forgástestnek a térfogatát!



- A.  $10\pi + 20$   
 B.  $11\pi + 19$   
 C.  $12\pi + 22$   
 D.  $12\pi + 20$   
 E.  $12\pi + 18$

13. Adott az ABCDEFGH téglatest. Tudjuk, hogy  $|AB| = 1$  cm,  $|BC| = 2$  cm,  $|AE| = 3$  cm. Számítsák ki fokokban a BG és az FH egyenesek által bezárt szög nagyságát!

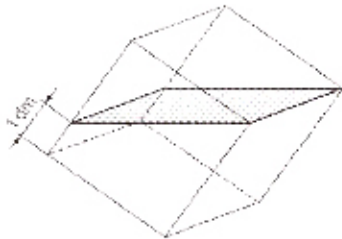


- A.  $60,26^\circ$   
 B.  $61,29^\circ$   
 C.  $69,30^\circ$   
 D.  $71,94^\circ$   
 E.  $81,87^\circ$

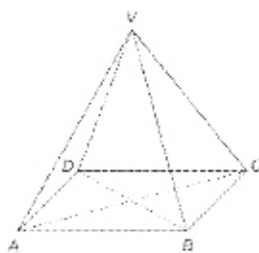
14. Négy teniszlabdát egy henger alakú esomagolásban lehet megvenni. Mindegyik labda érinti a szomszédos labdát és a palástot, esetleg a henger alaplappjait. A henger belső térfogatának hány százalékát képezi az az üres tér, amelyet a teniszlabdák nem töltenek ki?



- A. 11,11  
 B. 22,22  
 C. 33,33  
 D. 44,44  
 E. 55,55
15. A kocka alakú akvárium élének hossza 6 dm. Ha az akváriumot az alapéle körül kezdenénk forgatni, a víz éppen akkor kezdene kifolyni az akváriumból, amikor a víz szintje az akvárium szemközti oldallapján 1 dm magasságban van. Számítsátok ki, hány liter víz van az akváriumban!



- A. 120  
 B. 122  
 C. 124  
 D. 126  
 E. 128
16. Az ABCDV szabályos négyoldalú gúlában az oldallap síkja és az alaplapp síkja által bezárt hajlásszög nagysága  $45^\circ$ . A gúla alapéle hosszának és a gúla magasságának aránya:



- A. 1 : 1  
 B. 2 : 1  
 C.  $\sqrt{2} : 2$   
 D. 1 : 2  
 E.  $2 : \sqrt{2}$



- e) Ha csak ők öten voltak a piacon, és a piac bezár, ha már senki nem akar vásárolni, akkor hány órákor zár a piac?
- f) Hány órákor zárhatott volna a piac, ha nemcsak a szabónak, hanem a péknek is van egy aranya?
- g) Ha tudjuk, hogy a piac 13 órákor bezárhat, és nem csak a szabónak volt egy aranya, akkor kinek lehetett még?
- h) Egy év múlva ismét találkoznak a piacon, mindenki pontosan ugyanazt vásárolja, mint egy évvel korábban, és ismét csak egyiküknél volt egy arany. Ezúttal a pék volt az utolsó vásárló. Kinél volt az arany?

15) A Gyere Be Vásárló ruházati üzlet azzal csábítja a vevőket, hogy a kifutó modell most olcsóbban vásárolható meg, akció van. A fogyasztói árat pontosan annyival csökkentették, amennyi az áfa volt. A ruha eredeti fogyasztói ára 16 129 forint, az áfa kulcsa 27%. A ruhából 30 darab van raktáron, és mindet sikerült eladni.

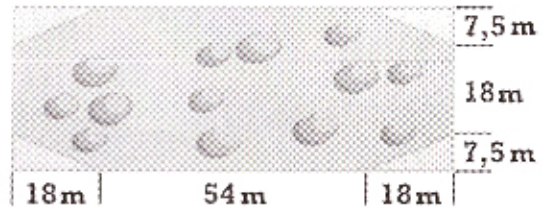
- a) Mennyibe kerül a ruha az akciós áron?
- b) Az új árban – ruhánként – mennyi lesz az áfa értéke, ha az áfa kulcsa továbbra is 27%?
- c) Már tudod, hogy a bolt az áfát az államnak fizeti be. Összesen mennyivel jut kevesebb bevételhez az állam a leárazás után?



## Projektfeladatok 2

- 1) Egy téglalap alakú parkot sétány övez. A gyalogosok a sarkoknál már teljesen kitaposták a fűvet csak azért, hogy pár méterrel rövidebb legyen az út.

Számold ki, hogy a megadott adatok alapján mennyivel kell kevesebbet gyalogolni a park körbesétálásakor!



- a) A téglalap alakú park rövid oldalának hossza:  
b) A téglalap alakú park hosszú oldalának hossza:  
c) A téglalap alakú park kerülete:  
d) A park sarkaiban lévő derékszögű háromszög átfogójának hossza:  
e) A nyolcszög alakú füves rész kerülete:  
Tehát, ha a sarkokat levágják, akkor az útvonal ..... méterrel rövidebb.

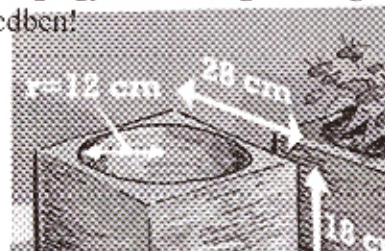
- 2) A hatszögletű kerti pavilon telepítése előtt egy 2,1 méter oldalhosszúságú, szabályos hatszög alakú részt kellett lebetonozni.

- a) Milyen messze van egymástól a beton alapzat két párhuzamos szélé?  
b) Mekkora a betonozott rész területe?  
c) A két párhuzamos szél távolsága:  
d) A betonozott rész területe:



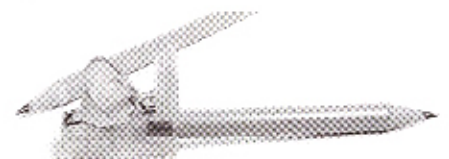
- 3) Mekkora tömegű az a betonból készült virágedény, aminek alakja egy 18 cm magas négyzetes oszlop, az alapéle 28 cm, a felső lapján pedig egy 12 cm sugarú, félgömb alakú mélyedés van? (1 dm<sup>3</sup> beton 1,8 kg tömegű.) Számold a füzetekben!

- a) A négyzetes oszlop térfogata:  
b) A félgömb térfogata:  
c) A virágedény térfogata:  
d) A virágedény tömege:  
e) A virágedény felszíne:



- 4) A ceruza a kihegyezés előtt egy 4 mm sugarú henger volt, magassága 18 cm. A hegyezővel az egyik végére egy 2 cm magas kúpot faragunk úgy, hogy a ceruza magassága ne változzon.

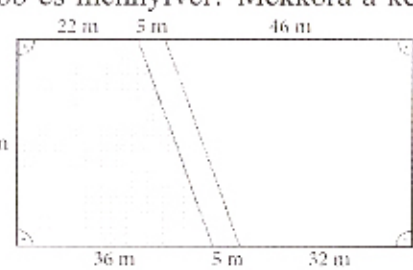
- a) Mennyivel csökken a térfogata?  
b) Hogyan változik a felszíne?  
c) A térfogata ..... cm<sup>3</sup>-rel csökken.  
d) A felszíne ..... cm<sup>2</sup>-rel .....



- 5) Egy lapos, négyzet alapú, gúla alakú gyertyának az ábra szerinti díszes csomagolást készítünk. A gyertya alapéle 5 cm, a magassága 2,5 cm. Számold a füzetedben!
- Mennyi papírt használunk a doboz elkészítéséhez?
  - Mekkora a gyertya térfogata?
  - A felhasznált papír területe:
  - A gyertya térfogata:



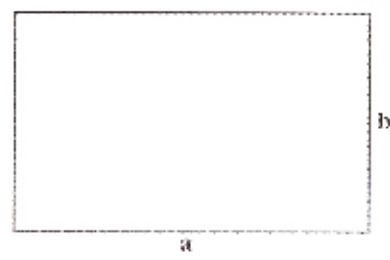
- 6) A mellékelt térképázlaton egy gyümölcsöskert alakját és méreteit láthatod. A bal oldali ércen almafák, a jobb oldalin barackfák vannak. Melyik rész nagyobb és mennyivel? Mekkora a két rész közötti út területe?



- Mindkét telekrész ..... alakú.
- A rövidebb szár mindkettőnél egyben ..... is. 38 m
- Az almafás rész területe:
- A barackfás rész területe:
- A nagyobb mennyiségből vonjuk ki a kisebbet:
- Vagyis ..... rész területe .....  $m^2$ -rel nagyobb, mint ..... rész területe.
- A térképázlaton látható út alakja: ..... A területe: .....

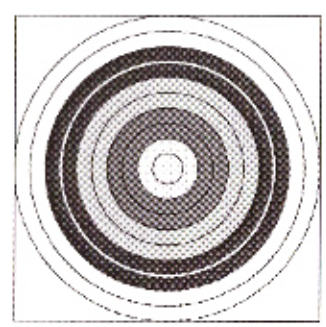
- 7) A téglalap egyik oldala 15, másik oldala 10 egység hosszúságú. A hosszabbik oldalát 30%-kal csökkentettük, a rövidebbik oldalát 20%-kal növeltük.

- Rajzold le a téglalapot a füzetedbe, majd rajzold be az ábrába, hogyan változtak a téglalap oldalai!
- Mekkora volt az eredeti téglalap területe?
- Mekkora lett az új téglalap területe?
- Hány százalékkal változott a téglalap területe?
- Hány százalékkal változott a kerülete?



- 8) A képen látható céltábla szélessége és magassága is 40 cm.

- Mekkora az átmerője a nagyobbik sárga kör lapnak?
- Mekkora a sugara a nagyobbik fekete körgyűrű külső szélének?
- Milyen hosszú a két fehér körgyűrűt elválasztó határvonal?
- Hányszor hosszabb a két piros körgyűrűt elválasztó határvonal, a két fekete körgyűrűt elválasztó határvonalnál?



- 9) Marci 2 egység széles legoelemekből egy  $18 \times 12$ -es méretű házat épít. Vannak  $2 \times 2$ -es,  $2 \times 3$ -as,  $2 \times 4$ -es és  $2 \times 6$ -os méretű legoelemei.



- Melyik elemből tudja kirakni a fal egy szintjét, ha csak egyforma nagyságú kockákat akar használni?
- Mekkora házat tudnál építeni, ha egy szintre 4 darab  $2 \times 6$ -os elemből építed meg a falat?
- Mekkora házat tudnál építeni, ha egy szintre 12 darab  $2 \times 3$ -as elemből építed meg a falat?

10) A spanyol zászló színeit viselő téglalap vízszintes mérete 6 cm, függőleges mérete 4 cm. A zászló területe:  $\text{cm}^2$ .

a) A piros sávok függőleges mérete egyenként 1 cm.

b) A piros sávok együttes területe:  $\text{cm}^2$ .

c) A sárga sáv függőleges mérete: cm.

d) A sárga sáv területe:  $\text{cm}^2$ .

e) A piros sávok együttes területének és a zászló területének aránya törtalakban:

f) A sárga sáv területének és a zászló területének aránya törtalakban:

g) A két tört összege:



11) Egy hatlakásos társasház felújításánál egy burkoló elvállalta az összes szoba parkettázását. Két lakásban 2-2 darab, egyenként  $11,5 \text{ m}^2$ , négy lakásban pedig 3-3 darab, egyenként  $10 \text{ m}^2$  alapterületű szobát kell parkettáznia.



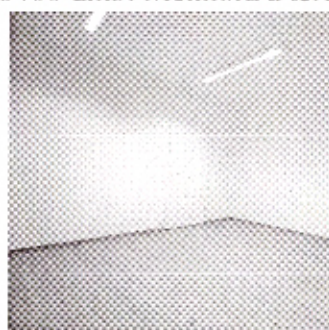
a) Hány  $\text{m}^2$ -t vállalt összesen?

b) Hány darab  $125 \text{ cm}^2$ -es keskeny parkettát használt fel a

kisebb szobák burkolására, ha azt feltételezzük, hogy nem volt hulladék?

c) A nagyobb szobák burkolására 1840 darab széles parkettát használt fel. Hány  $\text{cm}^2$ -t fed le egy parketta, ha azt feltételezzük, hogy nem volt hulladék?

12) Egy  $18 \text{ m}^2$  alapterületű terem magassága 2,5 m. A teremben négy egyforma,  $2,25 \text{ m}^3$  térfogatú szekrény található. A további bútorok térfogata  $8400 \text{ dm}^3$ . Mekkora a terem üresen maradt része?



a) A terem térfogata:

b) A szekrények térfogata:

c) Az összes bútor térfogata:

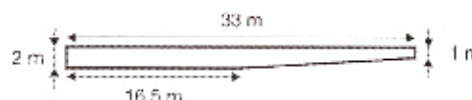
d) A terem üresen maradt része:

13) Az ábrán egy 33 méter hosszú és 20 m széles medence függőleges keresztmetszetének vázlata látható hosszában.

a) Rajzolj egy vázlatot a medencének arról a függőleges keresztmetszetéről, amelyik téglalap alakú!

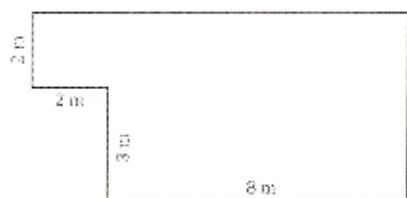
b) Mekkoraak lehetnek a téglalap oldalai?

c) Hány hektoliter víz fér a medencébe?

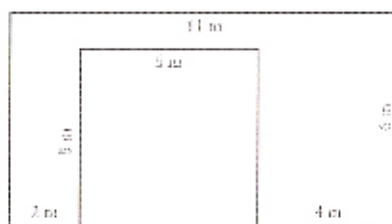


14) A Szén utcában a garzonlakások négyzetméterenkénti ára 300 000 forint, a Smaragd utcában pedig 320 000 forint. (Természetesen nem lehet egy lakásból csak néhány négyzetmétert megvásárolni, de az árakat így fejezik ki, mert ez biztosítja az összehasonlíthatóságot a különböző lakások és területek között.) A Gyürü házaspár kinézett magának két lakást.

A Szén utcainak ez az alaprajza:



A Smaragd utcainak pedig ez:



- a) Melyik lakásért kell többet fizetnie a Gyűrű házaspárnak? Válaszodat számítással indokold!
- b) Mennyi hitelt kellene felvennie a Gyűrű házaspárnak, ha a Smaragd utcai lakásba szeretne költözni és 8 000 000 forintjuk van?