Písomný výstup pedagogického klubu

1. Prioritná os	Vzdelávanie
2. Špecifický cieľ	1.1.1 Zvýšiť inkluzívnosť a rovnaký prístup ku kvalitnému vzdelávaniu a zlepšiť výsledky a kompetencie detí a žiakov
3. Prijímateľ	Spojená škola Reformovanej kresťanskej cirkvi
4. Názov projektu	Rozvoj gramotností na Gymnáziu Mihálya Tompu Reformovanej kresťanskej cirkvi s vyučovacím jazykom maďarským
5. Kód projektu ITMS2014+	312011W809
6. Názov pedagogického klubu	Pedagogický klub pre matematickú gramotnosť
7. Meno koordinátora pedagogického klubu	Mgr. Zsolt Főző
8. Školský polrok	1.polrok 2021/2022
9. Odkaz na webové sídlo zverejnenia písomného výstupu	http://tmrg.sk/projekt-oplz/

10.

Úvod:

Stručná anotácia

Nadväzujúc na predchádzajúce obdobia, pedagogický klub pre matematickú gramotnosť naďalej venoval značnú pozornosť problematike matematickej gramotnosti. V tomto druhom polroku školského roka 2021/2022 sa členovia klubu plne venovali príprave žiakov na testovania – T9 a Maturita z matematiky. Pritom sa venovali aj témam, ktoré boli naplánované na tento polrok.

Členovia na začiatku školského roka sa dohodli, že sa budú zaoberať s témami:

- prechod žiakov z ISCED2 na ISCED 3 – analyzujú nastanúce problémy pri prechode, sformulujú riešenia,
- požiadavky VŠ z matematiky pre žiakov, ktorí chcú študovať prírodovedný smer,
- požiadavky a typy úloh na maturitnú skúšku z matematiky – rozbor, vytvorenie zbierky úloh
- medzipredmetové vzťahy – problémy pri riešení úloh na hodinách fyziky a chémie,
- požiadavky v koncoročných písomkách z matematiky na stupni ISCED 2 – zhrnutie tém a vytvorenie zbierky úloh,
- hodnotenie prípravy na Maturitu z matematiky

Pritom si členovia klubu naplánovali aj Workshopy:

Workshop - 27. 10. 2021 - Matematická gramotnosť - Spoznanie magickej kocky, Poskladanie

Rubikovej kocky

Workshop - 27. 10. 2021 – Hravá matematika – Matematika hrou.

Prínosom doterajšej spolupráce členov klubu boli vytvorené zbierky úloh. Tieto zbierky úloh používajú členovia klubu. Zo skúseností na krúžkoch vyplýva, že zbierky úloh obsahujú vhodné úlohy a dostatočné množstvo na precvičovanie a prehlbovanie daného tematického celku.

Písomný výstup pedagogického klubu pre matematickú gramotnosť vychádza z potrieb prípravy žiakov na rôzne testovania, na prípravu na prechod ISCED2 na ISCED3, na prípravu na prijímacie skúšky na VŠ z matematiky. Členovia klubu sa rozhodli, že vytvoria ďalšie materiály – zbierky úloh – s ktorými vytvoria postupy na zlepšenie výsledkov žiakov a zvýšenie matematickej gramotnosti žiakov. Vytvorené zbierky budú obsahovať úlohy podľa jednotlivých tematických celkov a v nich úlohy budú stavané podľa kognitívnej úrovni.
Úlohy budú rozvíjať matematickú, aj čitateľskú gramotnosť žiakov a rozvíjajú ich kreativitu, IKT zručnosti, schopnosť riešiť problémové úlohy. Tieto materiály pripoja k materiálom z predchádzajúcich období.

Kľúčové slová

- obsahový a výkonový štandard v uvedených predmetoch,
- kompetencie,
- matematická gramotnosť, čitateľská gramotnosť, IKT gramotnosť,
- metódy a formy moderného vyučovania,
- zbierky úloh,
- hry na hodinách matematiky,
- požiadavky v koncoročných previerkach z matematiky,
- požiadavky na VŠ z matematiky.

Zámer a priblíženie témy písomného výstupu

Tak ako v predchádzajúcich obdobiach zámerom stretnutí je výmena skúseností medzi členmi klubu, ako aj získavanie nových poznatkov v rámci moderných metód vyučovania, vymieňanie skúseností a osvedčených postupov v príprave žiakov na dôležité testovania z matematiky.

Témy písomného výstupu:

1. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na prijímacie skúšky na rôzne vysoké školy a univerzity (na Slovensku, v Maďarsku a v Českej Republike).
2. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na finančnú gramotnosť.
3. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na prípravu na maturitné skúšky. (základy matematiky, logika, algebraické výrazy, čísla, rovnice). Úlohy určené podľa kognitívnej úrovne Bloomovej taxonómie.
4. Zbierka úloh obsahujúca úlohy na koncoročné písomné previerky. Úlohy určené podľa kognitívnej úrovne Bloomovej taxonómie.

1. **Hlavné body, témy stretnutia, zhrnutie priebehu stretnutia:**

1.Vyhodnotenie práce pedagogického klubu

Členovia na začiatku školského roka sa dohodli, že sa budú zaoberať s témami:
- prechod žiakov z ISCED2 na ISCED 3 – analyzujú nastanúce problémy pri prechode, sformulujú riešenia,
- požiadavky VŠ z matematiky pre žiakov, ktorí chcú študovať prírodovedný smer,
- požiadavky a typy úloh na maturitnú skúšku z matematiky – rozbor, vytvorenie zbierky úloh
- medzipredmetové vzťahy – problémy pri riešení úloh na hodinách fyziky a chémie,
- požiadavky v koncoročných písomkách z matematiky na stupni ISCED 2 – zhrnutie tém a vytvorenie zbierky úloh.

Pritom si členovia klubu naplánovali aj Workshopy:

Workshop - 27. 10. 2021 - Matematická gramotnosť - Spoznanie magickej kocky, Poskladanie Rubikovej kocky

Workshop - 27. 10. 2021 – Hravá matematika – Matematika hrou.

Prechod žiakov z ISCED2 na ISCED 3:

Pri prechode žiakov na vyšší stupeň sa vyskytnú problémy v tematických okruhoch ako výrazy, funkcie a rovnice. Prítomní sa zhodli, že žiaci okrem spomínaných celkov majú problémy s úlohami na čítanie s porozumením. Nájdu sa žiaci, u ktorých napriek precvičovaniu na hodinách tento problem pretrváva a žiaľ tieto nedostaky nesú so sebou aj do iných predmetoch – ako fyzika a chémia. Prítomní sa dohodli, že pri príprave na T9 analyzujú čiastkové tematické celky a analyzujú postupy práce. Pedagogickú činnosť, postupy, úlohy, zbierky úloh, ktoré v minulosti vytvorili majú svoju opodstatnenosť. Tieto aktivity členovia klubu hodnotia veľmi pozitívne. Okrem toho prišli aj na to, že okruh výrazov na ISCED 2 je dosť zanedbaný, teda na krúžku sa budú venovať aj tomuto tematickému celku. S rovnicami sa stretnú žiaci už aj v 8-mom ročníku, teda cielene budú už pracovať s rovnicami aj v tomto ročníku. Zhodli sa aj v tom, že funkcie a nerovnice dostanú väčší priestor v deviatom ročníku. S týmito krokmi chcú prítomní uľahčiť prechod žiakov na vyšší stupeň. Naďalej budú aplikovať úlohy na čítanie s porozumením, s čím majú žiaci najväčší problém. Skvalitňovaním vyučovacieho procesu žiakov vzdelávacieho stupňa ISCED 2 a ISCED 3 chcú dosiahnuť učitelia menšie nedostatky pri prechode na vyšší stupeň vzdelávania.

Požiadavky VŠ z matematiky pre žiakov, ktorí chcú študovať prírodovedný smer:

Požiadavky z matematiky na prijímacie skúšky vychádzajú z tematických celkov základných poznatkov z matematiky, algebra, funkcie a rovnice, geometria v rovine, geometria v priestore, analytická geometria, kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika. Skúška z matematiky zisťuje mieru spôsobilosti k štúdiu na vysokej škole z hľadiska jeho matematických znalostí a dôvodnosti. Vzorové testy na prijímacie skúšky na denné magisterské štúdium pre uchádzačov o štúdium môžeme nájsť na webových stránkach univerzít.

Požiadavky a typy úloh na maturitnú skúšku z matematiky – rozbor, vytvorenie zbierky úloh:

Cieľom maturitnej skúšky je overenie vedomostí a zručností žiakov a toho, ako sú žiaci pripravení používať získané kompetencie v ďalšom štúdiu alebo pri výkone povolaní a odborných činností, na ktoré sa pripravujú. Na stretnutí prítomní zhrnuli, aby žiak úspešne zvádol písomne maturitne skúšky musí téme skutočne rozumieť, musí ju pochopiť od začiatku. Matematických testoch sa vyžaduje logické rozmýšľanie, Preto na hodinách cvičenia matematiky postupujeme systematicky od jednoduchších príkladov po zložitejšie.

Medzipredmetové vzťahy – problémy pri riešení úloh na hodinách fyziky a chémie:

Každý predmet zo súboru predmetov človek a príroda, matematika a informácie má svoju vnútornú štruktúru, ktorá vychádza z vnútornej logickej štruktúry danej vednej disciplíny. V týchto predmetoch veľmi dôležitú úlohu má matematika. Znalosť matematických kompetencií vytvára možnosť lepšie spoznať ostatné predmety a javy v nich. Na zosilnenie medzipredmetových vzťahov značne prispieva zosúladnenie tematických celkov.

Požiadavky v koncoročných písomkách z matematiky na stupni ISCED 2:

Členovia klubu sa dohodli, ktoré typy úloh budú používať v koncoročných písomkách. Dohodli sa aj na tematických celkoch v jednotlivých ročníkoch.

2. Zbieky úloh

Pri vytváraní zbierky členovia pedagogického klubu sa dohodli, že zostanú pri overenom postupe, ktorý vytvorili v predchádzajúcom období:

1. Na stretnutí prítomní zvážili, aké projektové úlohy v geometrií používajú vo vyučovacom procese. Porovnali jednotlivé vlastné úlohy.
2. Členovia klubu sa dohodli, že pri výbere úlohy do zbierky úloh budú dbať na úrovne podľa Bloomovej taxonómie: Úlohy vyžadujúce: pamäťové reprodukovanie poznatkov, jednoduché myšlienkové operácie s pojmami, zložité myšlienkové operácie s pojmami, prezentáciu poznatkov, tvorivé myslenie.
3. Pri riešení úloh viesť žiakov na nasledujúci postup: pochopenie úlohy, koncepcia plánu, realizácia plánu, kontrola riešenia.
4. Na stretnutiach členovia vytvorili zbierku úloh.

Záver:
Zhrnutia a odporúčania pre činnosť pedagogických zamestnancov

- členom klubu odporúčame zakomponovať vyhotovené materiály do výchovno-vzdelávacieho procesu
- členovia klubu poskytnú po implementácii pripravených materiálov ostatným členom spätnú väzbu
- členom klubu odporúčame preferovať moderné vyučovacie metódy, ktoré majú motivujúci charakter a rozvíjajú tvorivosť a samostatnosť v myslení, ako aj tímovú spoluprácu

11. Vypracoval (meno, priezvisko)	Zsolt Főző
12. Dátum	1.2.2022
13. Podpis	
14. Schválil (meno, priezvisko)	Beáta Molnár
15. Dátum	1.2.2022
16. Podpis	Molnár

Prílohy k činnostiam pedagogického klubu

1. príklady testov z matematiky na prijímacích pohovorov

- test UK v BA, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
- test TU v Liberci, Fakulta Hospodárska
- SCIO test – národné porovnávacie skúšky MATEMATIKA

2. príprava na MŠ

- Függvények tulajdonságai, grafikonja, vizsgálata
- Zbierka úloh na prípravu na MŠ
    - Základy matematiky – Halmazok, ...
    - Lineáris és másodfokú függvények ....

3. zbierka úloh koncoročných písomkách

- Typy úloh pre I.O
- Typy úloh pre II.O
- Typy úloh pre III.O
- Typy úloh pre IV.O

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

MATEMATIKA - 2017

sem vlepiť
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **30 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadaním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámikom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate 1 **hodnotenie** ✓ (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak hodnotenie ✓získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak je úloha hodnotená –. Celkový počet získaných hodnotení ✓ sa prepočíta na body (1 hodnotenie ✓= 2/3 bodu).

Odpovede píšte na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadaní úlohy uvedené inak, zapisujte číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšte čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k prislúchajúcej úlohe**.

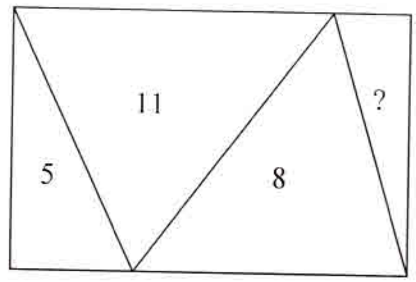
Rekapitulácia hodnotenia:

	počet hodnotení ✓		počet hodnotení ✓
strana 2 (úlohy 1 – 8)		strana 6 (úlohy 23 – 26)	
strana 3 (úlohy 9 – 13)		strana 7 (úlohy 27 – 28)	
strana 4 (úlohy 14 – 18)		strana 8 (úlohy 29 – 30)	
strana 5 (úlohy 19 – 22)			
		celkový počet hodnotení ✓	
		celkový počet bodov	

Dátum: 6. 6. 2017. Test vyhodnotil/a (podpis) ______________________

1	Číslo $\left(\sqrt{5\cdot\sqrt[4]{5}}\right)^{16}$ možno zapísať v tvare 5^a . Nájdite hodnotu a.	
2	Vypočítajte $$\frac{\frac{3}{4}+\frac{1}{12}}{\frac{10}{11}}.$$ Výsledok zapíšte ako zlomok v základnom tvare.	$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$
3	Nájdite číslo a, pre ktoré platí $$\log\frac{7}{4}-\log\frac{4}{3}+2\cdot\log 4 \ =\log a\,.$$ *Poznámka: Symbol log označuje logaritmus pri základe 10.*	
4	Doplňte chýbajúci zápis výroku v nasledujúcom texte (chýbajúci text je označený $\boxed{\text{DOPLŇTE}}$). V zápise výroku nepoužívajte zátvorky ani znak implikácie. *Text*: Ak chceme dokázať výrok $p\Rightarrow(r\vee s)$ sporom, musíme dokázať, že výrok $\boxed{\text{DOPLŇTE}}$ je nepravdivý.	
5	Koľko rôznych 6-písmenkových skratiek možno vytvoriť rôznym usporiadaním poradia písmen v skratke FMFIUK ?	
6	V číselnej sústave so základom 4 zapíšte výsledok sčítania $$2301_4\ +\ 1013_4$$	
7	Určte kvocient geometrickej postupnosti, ktorej tri po sebe idúce členy sú $$\frac{a}{b^2},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{a}\,.$$ Výsledok zapíšte v tvare zlomku.	$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$
8	Určte počet prvkov zjednotenia množín $C=\{7n\,;n=1,\ 2,\dots,288\}$ a $D=\{9n\,;n=1,\ 2,\dots,224\}$. *Poznámka:* $288\cdot 7=224\cdot 9=32\cdot 63=2016$.	

9 Vypočítajte plochu trojuholníka označenú otáznikom.



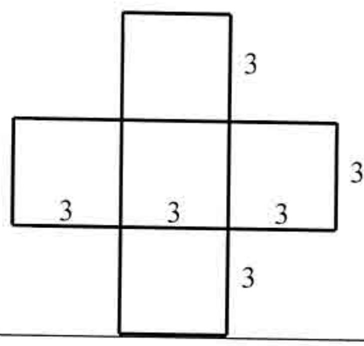
10 Ak

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = 2\,870,$$

čomu sa rovná

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + 40^2 \quad ?$$

11 Z rovnako veľkých kociek s hranou dĺžky 3 sme zlepili teleso (kocky sme zlepovali celými stenami). Toto teleso má rovnaký nárys, bokorys i pôdorys, je ním útvar zobrazený na obrázku. Vypočítajte objem tohto telesa.



12 Určte všeobecnú rovnicu priamky p, ktorá prechádza bodom $A[4,2]$ a je rovnobežná s priamkou

$q\colon \begin{matrix} x = 3 \\ y = 2 - 5t, \end{matrix} \quad t \in \mathbb{R}.$

p:

13 Pre ktorú z nasledujúcich nerovníc je množinou všetkých jej riešení interval $(-3,2)$?

(A) $(x+2)(x-3) > 0$ (B) $(x+2)(x-3) < 0$

(C) $(x-2)(x+3) > 0$ (D) $(x-2)(x+3) < 0$

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

14 Rovnosť

$$\frac{4-x}{6-3}=\frac{4}{6}-\frac{x}{3}$$

(A) platí pre všetky $x \in \mathbb{R}$.

(B) neplatí pre žiadne $x \in \mathbb{R}$.

(C) platí iba pre $x =$ ....

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

Ak ste sa rozhodli pre odpoveď (C), sem napíšte hodnotu

$x =$

15 V nasledujúcom texte vyberte jednu z dvoch možností v rámiku a doplňte chýbajúce číslo na miesto označenom DOPLŇTE):

Priamka, ktorá je grafom lineárnej funkcie f, má smernicu –3.

Z toho vyplýva: ak sa hodnota nezávislej premennej zväčší o 2, tak hodnota závislej premennej sa zväčší / zmenší o DOPLŇTE .

vybrali ste možnosť:

na mieste DOPLŇTE má byť číslo

16 Obor hodnôt funkcie $f: y = a \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 6,\ a > 0$ je

(A) $\langle -6a\,;\, 6a \rangle$

(B) $\langle -a\,;\, a \rangle$

(C) $\langle -6-a\,;\, 6+a \rangle$

(D) $\langle 6-a\,;\, 6+a \rangle$

(E) $\langle -6-a; -6+a \rangle$

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

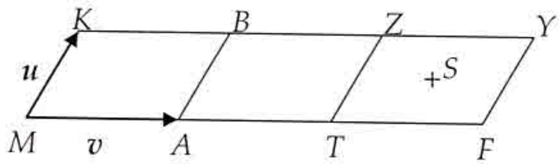
17 V štatistickom súbore

$$3, 7, x, 7, 8, 7$$

určte číslo x tak, aby v tomto súbore bol modus o jednotku väčší než aritmetický priemer.

18 Šnúra na bielizeň je natiahnutá medzi dvoma stĺpikmi so vzdialenosťou 6 m vo výške 4 m. Za tie roky je už dosť vyťahaná. Ak ju v strede stlačíme na dlážku, presne sa napne. Rozhodli sme sa ju znovu napnúť, a to tak, že jeden stĺpik posunieme ďalej od druhého. O koľko metrov?

19 Rovnobežník $MFYK$ sa skladá z 3 zhodných rovnobežníkov, pričom $\overrightarrow{MA} = \vec{v}$, $\overrightarrow{MK} = \vec{u}$. Pomocou vektorov $\vec{u}$ a $\vec{v}$ a bodu M vyjadrite stred S rovnobežníka $TFYZ$.



20 Číslo 2806 je *rôznopárnociferné*, lebo každá jeho cifra je párna a jeho cifry sú navzájom rôzne. Nájdite najbližšie väčšie rôznopárnociferné číslo k číslu 864.

21 V nasledujúcej vete vyberte správnu z dvoch možností *najväčšia/najmenšia* a doplňte chýbajúce čísla v rámikoch:

Ak funkcia $y = f(x)$ nadobúda najmenšiu hodnotu 5 v bode $x = 9$, tak

najväčšia	hodnota funkcie
najmenšia	

$g\colon y = 2f(1-4x)$ je číslo $\square$ a funkcia g ho nadobúda v bode $x = \square$.

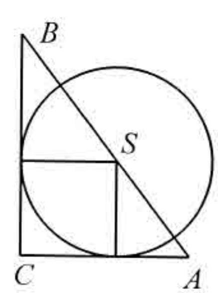
vybraná možnosť:

....

číslo ....

v bode $x =$

22 Stred S kružnice s polomerom 3 leží na prepone AB pravouhlého trojuholníka ABC. Odvesny sa dotýkajú kružnice. Určte obsah trojuholníka ABC, ak viete, že $|SB| = 5$. Výsledok zapíšte zlomkom v základnom tvare.

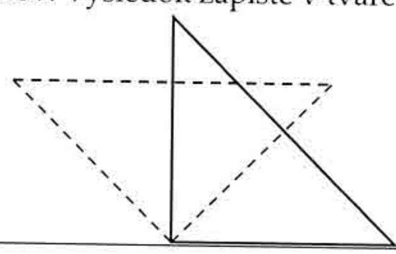


$$\frac{\square}{\square}$$

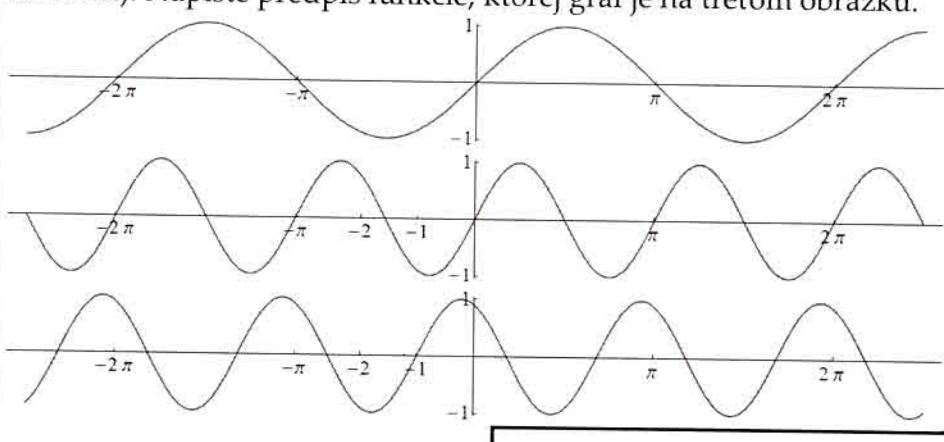
23 Pravdepodobnosť výskytu choroby A na ostrove Utópia je 40 %. Pravdepodobnosť jej výskytu medzi mužmi tohto ostrova, ktorí tvoria 60 % všetkej populácie (zvyšok tvoria ženy), je 50 %. Aká je pravdepodobnosť výskytu choroby A medzi ženami na ostrove Utópia? Výsledok uveďte v percentách.

%

24 Rovnoramenný pravouhlý trojuholník s odvesnami dĺžky 1 sme otočili okolo vrcholu, pri ktorom je pravý uhol, o 45°. Vypočítajte obsah štvoruholníka, ktorý je prienikom obidvoch trojuholníkov. Výsledok zapíšte v tvare $a\sqrt{2} + b$.



25 Graf funkcie $y = \sin x$ (prvý obrázok) sme dvojnásobne zhustili v smere osi Ox (druhý obrázok) a potom posunuli o 1 doľava (tretí obrázok). Napíšte predpis funkcie, ktorej graf je na treťom obrázku.



$y =$

26 Na približný odhad počtu rokov, za ktoré sa pri zloženom úrokovaní s ročnou úrokovou mierou p % vklad zdvojnásobí, sa používa *pravidlo 72*:

$$\frac{72}{p} \approx \text{počet rokov, za ktoré sa vklad zdvojnásobí.}$$

Odhadnite pomocou tohto pravidla, za koľko rokov vzrastie vklad pri zloženom úrokovaní a ročnej úrokovej miere 6 % na svoj osemnásobok.

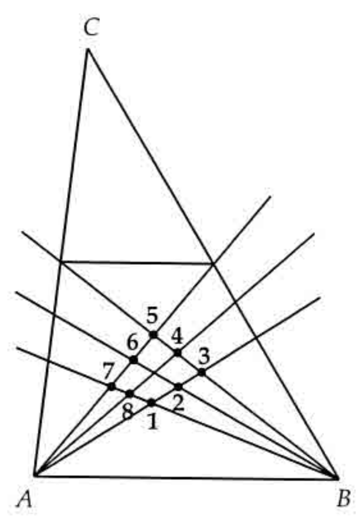
27 Chceme riešiť nerovnicu $\sqrt{x^2+1} > x - 1$. Doplňte chýbajúce časti v texte riešenia (chýbajúci text je označený DOPLŇTE).

Ak $x - 1 > 0$ (teda $x > 1$), tak sú na obidvoch stranách nerovnice kladné čísla, preto umocnenie na druhú je ekvivalentná úprava. Dostaneme $x^2 + 1 > x^2 - 2x + 1$, teda $x > 0$. V tomto prípade nerovnosť platí pre všetky $x \in (1; \infty)$.

Ak $x - 1 \leq 0$ (teda $x \leq 1$), tak na ľavej strane nerovnice je kladné číslo, na pravej strane nekladné číslo. V tomto prípade teda nerovnosť platí pre DOPLŇTE

Preto množina všetkých riešení nerovnice $\sqrt{x^2+1} > x - 1$ je M = DOPLŇTE

28 V *Lemoinovom bode* trojuholníka ABC sa pretínajú priamky AX, BY a CZ, kde AX je súmerná podľa osi uhla BAC s ťažnicou na stranu BC, obdobne sú definované priamky BY a CZ.
Na obrázku trojuholníka ABC je vyznačená stredná priečka a priamky súvisiace s definíciou Lemoinovho bodu.
Ktorý z bodov označených na obrázku číslami 1 až 8 je Lemoinov bod trojuholníka ABC?



29	Rotačný kužeľ, ktorého bočná hrana je dvakrát dlhšia ako polomer podstavy, rozdelíme na dve telesá rovinou, ktorá je rovnobežná s jeho podstavou a prechádza stredom výšky. Tieto dve telesá sú menší kužeľ K a zrezaný kužeľ Z. Povrch menšieho kužeľa K (plášť + podstava) je 3. Vypočítajte povrch zrezaného kužeľa Z (plášť a obidve podstavy). *Poznámka: Obsah plášťa kužeľa sa vypočíta podľa vzorca $S_{pl} = \pi rs$, kde r je polomer podstavy, s je dĺžka bočnej hrany kužeľa.*	

30	Uvažujme o sedemciferných číslach s nasledujúcimi vlastnosťami: • každé číslo je tvorené ciframi 1, 3, 5, 9, 4, 6, 8, každá cifra je v čísle použitá práve raz, • číslo končí cifrou 4, • posledné tri cifry (na mieste stoviek, desiatok a jednotiek) sú párne. Akým najväčším prirodzeným číslom sú deliteľné všetky tieto sedemciferné čísla?	

KONIEC TESTU

TU v Liberci **FAKULTA HOSPODÁŘSKÁ**

Přijímací zkoušky z MATEMATIKY pro akademický rok 2005/2006 **KMD FP**

Datum		*Registrační číslo uchazeče*					

Hodnocení

Příklad	1	2	3	4	5	*Celkem*
Body						

Varianta **A**

ZADÁNÍ:

1. Určete, pro která $x \in \mathbf{R}$ je daný výraz definován, a zjednodušte jej.

$$\left(\frac{x-4}{x+2}-1\right):\left(1+\frac{3x-1}{x+2}\right)$$

2. Určete množinu všech $x \in \mathbf{R}$, které splňují nerovnici

$$|2x-1|<3.$$

3. Součet prvních pěti členů aritmetické posloupnosti je 45, pátý člen je 5. Určete druhý člen posloupnosti a_2 a diferenci d.

4. Určete koeficienty přímky $6x+by+c=0$ tak, aby byla totožná s přímkou, která je určena body $A=[1; 2]$, $B=[2; -1]$.

5. Určete v množině reálných čísel řešení dané rovnice

$$\log_9 9 = 2\log_9(x+1)-\log_9(x^2-1)+\frac{1}{2}.$$

Hodnocení: každý příklad max. 20 bodů

Př. č.	**VÝSLEDKY**
1	Podmínky: $x \neq -2 \wedge x \neq -\frac{1}{4}$; výsledek: $-\frac{6}{4x+1}$
2	$(-1; 2)$
3	$a_2 = 11$; $d=-2$
4	$b=2$; $c=-10$
5	$x=2$

SCIO

NÁRODNÉ POROVNÁVACIE SKÚŠKY

Matematika

APRÍL 2021

ZADANIE NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!

Zopakujte si základní informace ke zkoušce

- Test obsahuje 35 úloh.
- Na jeho riešenie máte 90 minút čistého času.
- Každá úloha má správnu len jednu odpoveď.
- Za každú správnu odpoveď získate bod, za nesprávnu odpoveď sa vám odčíta 1/4 bodu.
- Najlepšie je riešiť najskôr jednoduché úlohy a k náročnejším sa vrátiť.
- **Nebuďte nervózni z toho, že nevyriešite všetko, to sa podarí len málokomu.**

PREHĽAD VZORCOV

Kvadratická rovnica: $ax^2+bx+c=0$; $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$; $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$; $a\neq 0$

Goniometrické funkcie:

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{cotg} x=1,\ x\neq k\cdot\dfrac{\pi}{2}$

$\sin 2x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$; $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$; $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x},\ x\neq k\pi$

$\operatorname{cotg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\ x\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

$\sin(x\pm y)=\sin x\cdot\cos y\pm\cos x\cdot\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x\cdot\cos y\mp\sin x\cdot\sin y$

$\left|\sin\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$; $\left|\cos\dfrac{x}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos x$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: sínusová veta: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $\dfrac{b}{c}=\dfrac{\sin\beta}{\sin\gamma}$; $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$

kosínusová veta: $a^2=b^2+c^2-2b\cdot c\cdot\cos\alpha$; $b^2=a^2+c^2-2a\cdot c\cdot\cos\beta$; $c^2=a^2+b^2-2a\cdot b\cdot\cos\gamma$

Logaritmus: $\log_z(x\cdot y)=\log_z x+\log_z y$; $\log_z\dfrac{x}{y}=\log_z x-\log_z y$; $\log_z x^k=k\cdot\log_z x$; $\log_z x=y\Leftrightarrow x=z^y$

Aritmetická postupnosť: $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$; $s_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n=a_1\cdot q^{n-1}$; $s_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$ **Geometrický rad:** $s=a_1\cdot\dfrac{1}{1-q},\ |q|<1$

Rozklad na súčin: $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}\cdot b+a^{n-3}\cdot b^2+\ldots+a\cdot b^{n-2}+b^{n-1})$

Kombinatorika: $P(n)=n!$; $V(k,n)=\dfrac{n!}{(n-k)!}$; $C(k,n)=\dbinom{n}{k}=\dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$; $\dbinom{n}{k}=\dbinom{n}{n-k}$; $\dbinom{n}{k}+\dbinom{n}{k+1}=\dbinom{n+1}{k+1}$

$P'(n_1,n_2,\ldots,n_k)=\dfrac{(n_1+n_2+\ldots+n_k)!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$; $V'(k,n)=n^k$; $C'(k,n)=\dbinom{n+k-1}{k}=\dbinom{n+k-1}{n-1}$

Binomická veta: $(a+b)^n=a^n+\dbinom{n}{1}a^{n-1}\cdot b+\dbinom{n}{2}a^{n-2}\cdot b^2+\ldots+\dbinom{n}{n-1}a\cdot b^{n-1}+b^n$

Analytická geometria: veľkosť vektoru: $\vec{u}=(u_1;u_2)$ je: $|\vec{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2}$

Kosínus odchýlky α priamok $p_1: a_1\cdot x+b_1\cdot y+c_1=0$ a $p_2: a_2\cdot x+b_2\cdot y+c_2=0$ je $\cos\alpha=\dfrac{|a_1\cdot a_2+b_1\cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1,m_2]$ od priamky p: $ax+by+c=0$ je $|Mp|=\dfrac{|a\cdot m_1+b\cdot m_2+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$; elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2-b^2$

Stredový tvar rovnice hyperboly: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $-\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$; $e^2=a^2+b^2$

Vrcholová rovnica paraboly: $(y-n)^2=\pm 2p\cdot(x-m), F\left[m\pm\dfrac{p}{2};n\right]$; $(x-m)^2=\pm 2p\cdot(y-n), F\left[m;n\pm\dfrac{p}{2}\right]$

Objemy a povrchy telies:

	Kváder	Valec	Ihlan	Kužeľ	Guľa
Objem	$a\cdot b\cdot c$	$\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{1}{3}S\cdot v$	$\frac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot v$	$\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$
Povrch	$2(ab+ac+bc)$	$2\pi\cdot r\cdot(r+v)$	$S+Q$	$\pi\cdot r\cdot(r+s)$	$4\pi\cdot r^2$

Matematika

1.

Vo firme, v ktorej pracuje celkom 17 mužov a 25 žien, má 29 zamestnancov vysokoškolské vzdelanie. Najviac koľko mužov **nemá** vysokoškolské vzdelanie?

(A) 4
(B) 9
(C) **13**
(D) 15
(E) 17

2.

Martina prešla počas prázdnin rovnako kilometrov ako Ivana a Klára dokopy a práve trikrát viac kilometrov než Klára. Ktoré z nasledujúcich tvrdení platí?

(A) Ivana prešla práve trikrát menej kilometrov než Klára.
(B) Ivana prešla rovnaký počet kilometrov ako Klára.
(C) Martina prešla práve trikrát menej kilometrov než Ivana.
(D) **Ivana prešla práve dvakrát viac kilometrov než Klára.**
(E) Martina prešla práve o tretinu viac kilometrov než Ivana.

3.

Ktorú z ponúknutých častí výrazu je potrebné doplniť do nasledujúceho vzťahu na každé z miest vyznačených podčiarknutím, aby vznikla platná rovnosť?

$\_\_\_\_\_\_(1-2A)+AB=\_\_\_\_\_\_$

(A) $\frac{A}{2}$
(B) A
(C) $\boxed{\frac{B}{2}}$
(D) AB
(E) $\frac{AB}{2}$

4.

Ak šestnásť osmín vydelíme podielom siedmych polovíc a čísla štrnásť, dostaneme číslo A. Aritmetický priemer tohto čísla A a čísla B má hodnotu 24. Akú hodnotu má číslo B?

(A) –24
(B) –12
(C) 16
(D) 28
(E) **40**

5.

Obchod so športovými potrebami inzeruje, že poskytuje zľavu 10–20 % na všetok tovar. Ak zľavnené lyže v tomto obchode stoja 3 600 korún, v akom rozmedzí sa určite nachádzala ich cena pred zľavou?

(A) 2 880 až 3 240 korún
(B) 3 240 až 3 600 korún
(C) 3 600 až 4 400 korún
(D) 3 960 až 4 320 korún
(E) 4 000 až 4 500 korún

6.

Je daná množina

$$A = \left\{ \frac{1}{2};\ -\frac{\pi}{2};\ 0{,}22;\ 12;\ \frac{3}{5};\ -\sqrt{3} \right\}.$$

Počet prvkov množiny $(A \cap \mathbb{Q}) \setminus \mathbb{Z}$ sa rovná:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

7.

Je daný štvorec $ABCD$ a na jeho strane AB bod K, na strane BC bod L, na strane CD bod M a na strane DA bod N tak, že $|AK| : |KB| = |BL| : |LC| = |CM| : |MD| = |DN| : |NA| = 1 : 2$. Pomer obsahu štvoruholníka $KLMN$ a štvorca $ABCD$ sa rovná:

(A) 2 : 3
(B) 3 : 4
(C) 3 : 5
(D) 5 : 8
(E) 5 : 9

8. Na základě doporučení NOK úloha vyřazena.

Počet celých čísiel, ktorými je číslo $2^4 \cdot 3^3$ deliteľné bezo zvyšku, sa rovná:

(A) $4 + 3$
(B) $4 \cdot 3$
(C) $4 + 3 + 1$
(D) $5 + 4$
(E) $\mathbf{5 \cdot 4}$

9.

Nech $A_n = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{2}n < x \leq n - 1 \right\}$ pre každé $n \in \mathbb{N}$. Pre ktoré n má množina A_n práve 10 prvkov?

(A) $n = 19$ a $n = 20$
(B) $n = 20$ a $n = 21$
(C) $\mathbf{n = 21}$ **a** $\mathbf{n = 22}$
(D) $n = 22$ a $n = 23$
(E) $n = 23$ a $n = 24$

10.

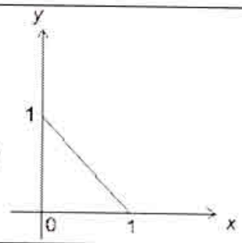
Banka pripíše klientovi posledný deň z každého mesiaca úrok 10 % z aktuálneho stavu účtu a potom odpíše poplatok 50 korún za vedenie účtu. Založíme 1. januára účet a vložíme na neho počiatočný vklad 1 000 korún. Potom 1. apríla toho istého roku budeme mať na účte (ak nerobíme žiadne transakcie) čiastku:

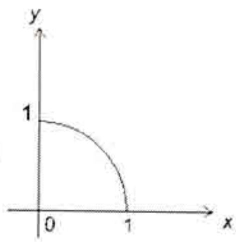
(A) 1 025 korún
(B) 1 165,5 korún
(C) 1 250 korún
(D) 1 325,5 korún
(E) 1 405 korún

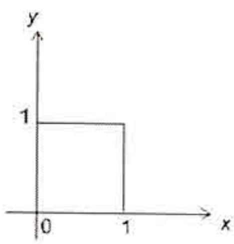
Matematika

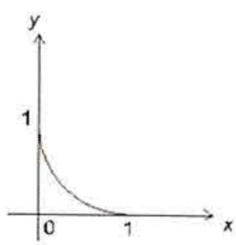
11.

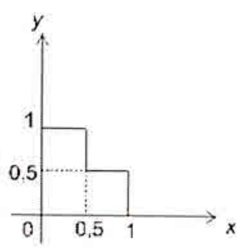
Množina všetkých bodov, ktoré ležia v 1. kvadrante a ktoré majú súčet vzdialeností od oboch súradnicových osí rovný jednej, je na obrázku:

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

12.

Riešením nerovnice $|x + 3| < 2$ je interval:

(A) $(-5; -1)$
(B) $(-5; -2)$
(C) $(-4; -1)$
(D) $(-4; -2)$
(E) Iný než v (A) až (D).

Matematika

13.

Uvažujme prirodzené číslo $n \geq 5$ také, že počet spôsobov, ako z n predmetov vybrať tri rôzne predmety, je rovnaký ako počet spôsobov, ako z n predmetov vybrať päť rôznych predmetov (v oboch prípadoch nezáleží na poradí). Potom o čísle n je možné s istotou prehlásiť:

(A) n je nepárne
(B) $n \geq 10$
(C) $\boldsymbol{n = 8}$
(D) $n = 3^5$
(E) n je deliteľné pätnástimi

14.

V postupnosti (a_n) s n-tým členom $a_n = \frac{1}{n+1} \cdot 2^{n-1}$ sa devätnásty člen rovná:

(A) $\boldsymbol{0{,}2 \cdot 2^{16}}$
(B) $0{,}5 \cdot 2^{16}$
(C) $0{,}2 \cdot 2^{17}$
(D) $0{,}5 \cdot 2^{17}$
(E) $0{,}2 \cdot 2^{18}$

15.

Rovnica $px = \frac{1}{x}$ má aspoň jedno reálne riešenie pre nasledujúcu hodnotu parametra p:

(A) $p = -2$
(B) $p = -1$
(C) $p = 0$
(D) $\boldsymbol{p = 1}$
(E) Také p neexistuje.

16.

Riešením nerovnice $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} \geq 0$ v $\mathbb{R}$ je množina:

(A) $(-3; 1)$
(B) $\langle -3; 1 \rangle$
(C) $(-\infty; -3) \cap \langle 1; \infty)$
(D) $(-\infty; 1\rangle \cup \langle -3; \infty)$
(E) $(-\infty; -3\rangle \cup \langle 1; \infty)$

17.

Hodnota parametra $c \in \mathbb{R}$, pre ktorý rovnica $xy + c = 0$ **nie je** rovnicou hyperboly, sa rovná:

(A) -2
(B) -1
(C) **0**
(D) 1
(E) 2

18.

Je daná funkcia $f(x)=\log(x+2)$. Výraz $f(x-1)-f(x+1)$ sa rovná:

(A) $\log\dfrac{x-1}{x+1}$

(B) $\log\dfrac{x+1}{x-1}$

(C) $\log\dfrac{x+1}{x+3}$

(D) $\log(x-1)(x+1)$

(E) $\log(x+1)(x+3)$

19.

Funkcia $f: y=\sin x\cdot\cos x$ nadobúda záporných hodnôt pre všetky x, pre ktoré nadobúda záporných hodnôt funkcia:

(A) $y=\cos x\cdot\operatorname{tg} x$
(B) $y=\sin x\cdot\operatorname{tg} x$
(C) $y=\cos x\cdot\operatorname{cotg} x$
(D) $y=\sin x\cdot\operatorname{cotg} x$
(E) Nevyhovuje žiadna z funkcií (A) – (D).

20.

Z ôsmich rôznych kariet tej istej farby, medzi ktorými sú jeden kráľ a jedno eso, vyberieme päť kariet. Pravdepodobnosť, že medzi vybranými kartami bude kráľ a eso, sa rovná:

(A) $\dfrac{3}{14}$

(B) $\dfrac{5}{14}$

(C) $\dfrac{4}{15}$

(D) $\dfrac{7}{15}$

(E) $\dfrac{5}{16}$

21.

Súčet prvých $n+1$ členov aritmetickej postupnosti (a_n) s n-tým členom $a_n=2-3n$ sa rovná:

(A) $\dfrac{n+1}{2}(-1-2n)$

(B) $\dfrac{n+1}{2}(-2-n)$

(C) $\dfrac{n+1}{2}(-1-3n)$

(D) $\dfrac{n+1}{2}(-2-2n)$

(E) $\dfrac{n+1}{2}(-2-3n)$

22.

Rovnica $||x-a|-2|=0$ s reálnym parametrom a má práve dva korene, ak:

(A) $a>0$
(B) $a\geq 0$
(C) $a\geq 2$
(D) *a* je ľubovoľné reálne číslo
(E) Také $a \in \mathbb{R}$ neexistuje.

23.

Kvadratická funkcia f s koeficientom 1 pre kvadratický člen má práve jeden spoločný bod s osou x a platí $f(0)=4$. Predpis pre funkciu f môže byť:

(A) $f: y=x^2+x+4$
(B) $f: y=x^2+2x+4$
(C) $f: y=x^2+2x-4$
(D) $\boldsymbol{f: y=x^2+4x+4}$
(E) $f: y=x^2+4x-4$

24.

V rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou AB je O stred kružnice jemu vpísanej.

Ak $|\angle AOB| = 150°$, potom $|\angle ACB|$ sa rovná:

(A) 75°
(B) 105°
(C) 120°
(D) 135°
(E) inej hodnote než v (A) až (D)

25.

Pravouhlý rovnoramenný trojuholník ABC má dĺžku prepony BC rovnú 12 cm. Preponou BC je vedená rovina α, ktorej vzdialenosť od bodu A je 3 cm. Uhol medzi rovinou α a rovinou trojuholníka ABC sa rovná:

(A) 15°
(B) 30°
(C) 45°
(D) 60°
(E) 75°

Matematika

26.

Rovnica $x^3 - 7p^2x + 6p^3 = 0$ s neznámou x a parametrom p má korene $x_1 = p$, $x_2 = 2p$, $x_3 = -3p$. Tá istá rovnica s neznámou p a parametrom x má korene:

(A) $p_1 = x$, $p_2 = 2x$, $p_3 = -3x$

(B) $p_1 = x$, $p_2 = -\frac{x}{2}$, $p_3 = -\frac{x}{3}$

(C) $p_1 = x$, $p_2 = \frac{x}{2}$, $p_3 = \frac{x}{3}$

(D) $p_1 = -x$, $p_2 = -\frac{x}{2}$, $p_3 = \frac{x}{3}$

(E) $p_1 = x$, $p_2 = \frac{x}{2}$, $p_3 = -\frac{x}{3}$

27.

Riešením rovnice $\sin 2x \cdot \operatorname{cotg} x \cdot \sin^2 x + 1 = 0$ je množina:

(A) $\emptyset$

(B) $\bigcup_{k \in Z} \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$

(C) $\bigcup_{k \in Z} \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$

(D) $\bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\}$

(E) $\bigcup_{k \in Z} \{ 2k\pi \}$

28.

Graf funkcie $y = \sqrt{|x-1|(1+|x|)}$ v intervale $(-\infty; 0)$ leží na priamke:

(A) $2x + y - 1 = 0$

(B) $2x - y + 1 = 0$

(C) $x - y + 1 = 0$

(D) $\mathbf{x + y - 1 = 0}$

(E) $x + y + 1 = 0$

29.

Súčet prvých desiatich členov geometrickej postupnosti s n-tým členom $\frac{3^{n-1}}{2^{n-3}}$ sa rovná:

(A) $2^{-7}\left(3^{10} - 2^{10}\right)$

(B) $2^{-8}\left(3^{10} - 2^{10}\right)$

(C) $2^{-9}\left(3^{10} - 2^{10}\right)$

(D) $2^{-8}\left(3^{9} - 2^{9}\right)$

(E) $2^{-9}\left(3^{9} - 2^{9}\right)$

Matematika

30.

Sily $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ so spoločným pôsobiskom P majú veľkosti $F_1 = 2\ \mathrm{N}$, $F_2 = 5\ \mathrm{N}$ a zvierajú uhol $\varphi = 60°$. Ich výslednica $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ má veľkosť:

(A) 3 N

(B) $\sqrt{19}$ N

(C) $\sqrt{39}$ N

(D) 3,5 N

(E) 7 N

31.

Sklenená valcová nádoba s polomerom podstavy R je čiastočne naplnená vodou. O koľko sa zdvihla hladina vody po vložení oceľovej guličky s priemerom $d < 2R$, ktorá bola úplne pod hladinou?

(A) $\frac{d^3}{6R^2}$

(B) $\frac{d^3}{4R^2}$

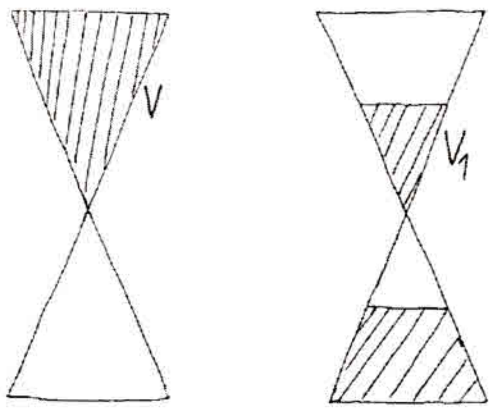
(C) $\frac{d^3}{3R^2}$

(D) $\frac{d^3}{2R^2}$

(E) $\frac{d^3}{R^2}$

Matematika

32.



Na obrázku sú vo dvoch okamihoch znázornené presýpacie hodiny skladajúce sa z dvoch zhodných kužeľov. V počiatočnom okamihu je horný kužeľ, ktorý má objem V, úplne zaplnený pieskom a spodný kužeľ je prázdny, po určitej dobe v hornej nádobke zostane piesok s objemom V_1 a v tomto okamihu bude vrstva piesku v dolnom kuželi siahať do polovice jeho výšky. Objem V_1 sa rovná:

(A) $\frac{1}{3}V$

(B) $\frac{1}{4}V$

(C) $\frac{1}{6}V$

(D) $\frac{1}{8}V$

(E) $\frac{1}{9}V$

33.

Do rovnoramenného lichobežníka $ABCD$, v ktorom základňa AB má dĺžku 12 cm a uhol DAB má veľkosť 60°, je vpísaná kružnica. Dĺžka ramena lichobežníka sa rovná:

(A) $4\sqrt{3}$ cm

(B) $5\sqrt{3}$ cm

(C) $6\sqrt{2}$ cm

(D) 7 cm

(E) **8 cm**

Matematika

34.

Vzdialenosť vrcholu paraboly $y = -x^2 - 2x + 1$ od priamky

$x = 1 + t,$

$y = 2 - t,\ t \in \mathbb{R}$

sa rovná:

(A) 1
(B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 2
(E) $\sqrt{5}$

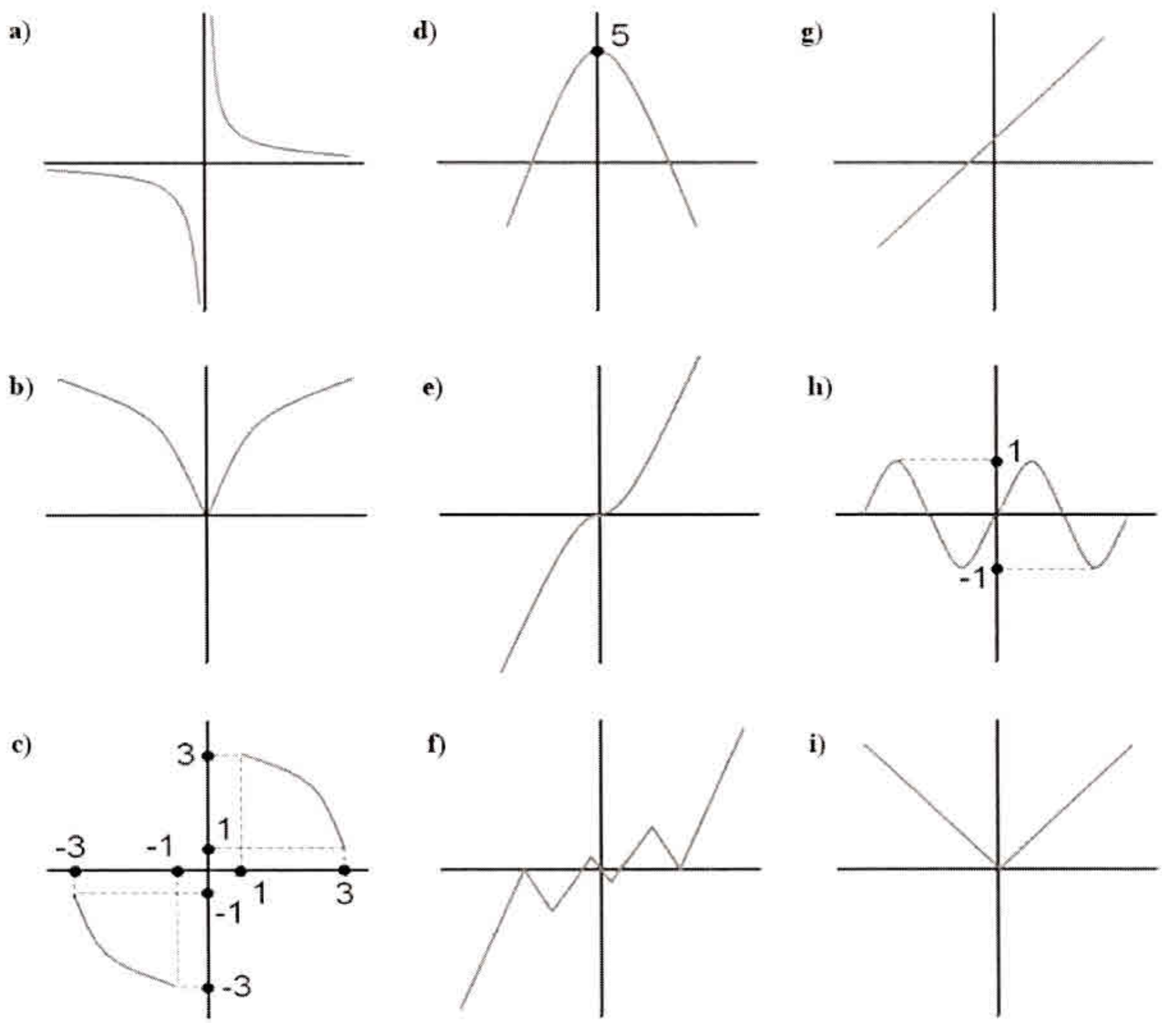
35.

Rovnica $9y^2 + 4x^2 + 18y - 8x - 31 = 0$ je rovnicou elipsy so stredom:

(A) $[-1, 1]$
(B) $[1, -1]$
(C) $[-1, 2]$
(D) $[2, -1]$
(E) Daná rovnica nie je rovnicou elipsy.

Függvények tulajdonságai, grafikonja, függvény vizsgálata

1. A függvény grafikonja alapján határozd meg a függvény tulajdonságait!(értelmezési tartomány, értékkészlet, paritás, folytonosság, egy-egyértelműség, periodikusság, monotonitás, korlátosság)



2. Határozd meg a függvény értelmezési tartományát!

a) $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

b) $y=\sqrt{\dfrac{-3}{x^2-5x+4}}$

c) $y=\dfrac{-3}{\sqrt{x^2-3x}}$

d) $y=\dfrac{\sqrt{2x+10}}{16-x^2}$

e) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x^2-5}$

f) $y=\dfrac{\sqrt{15+2x-x^2}}{8-2x}$

h) $y=5\log\left(\dfrac{x+1}{x-5}\right)$

i) $y=\dfrac{-1}{\ln(2x-x^2)}$

j) $y=\log x^2+\log(4-x^2)$

k) $y=\sqrt{1-\log(x^2+7x+10)}$

l) $y=\dfrac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x-2}$

m) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{\ln x}$

n) $y=\dfrac{14-x}{\ln(x^2-4)}$

o) $y=4^{\log(2x^2-5x-3)}$

q) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-5x+6}}{\ln(2x-5)}-\sqrt{-x}$

r) $y=\ln\sqrt{\dfrac{3x-1}{x+4}}$

s) $y=\sqrt{\log\dfrac{5x-x^2}{4}}+\dfrac{1}{\log x}$

t) $y=\arccos\dfrac{1}{x^2}$

u) $y=\arcsin\dfrac{2x+4}{x}$

v) $y=\sqrt{\arcsin(x-4)}$

w) $y=\arccos(3x+7)$

x) $y=\dfrac{x}{\operatorname{arctg}(12-4x)}$

z) $y=\operatorname{arccotg}\dfrac{x^2}{x^2-2}$

ž) $y=\arccos(3+2x)+\sqrt{\dfrac{x-2}{x+3}}$

3. Határozd meg a függvény metszéspontjait a ***x***, ***y*** koordináta tengelyekkel!

a) $y=-3$

b) $y=x^2-2x$

c) $y=1-\dfrac{x}{x-1}$

d) $y=\dfrac{1}{4}x+1$

e) $y=x^2+4x+3$

f) $2x+4y-6=0$

g) $y=x^2-2x+1$

h) $y=\sqrt[4]{x-7}$

i) $y=-\cos(x-\pi)$

j) $y=(x-1)^4$

k) $y=\cos 2x$

l) $y=7^{2-x}$

m) $y=\dfrac{3-x}{5-3x}$

n) $y=-\operatorname{cotg}(-x)$

o) $y=\log_3 x$

p) $y=\operatorname{tg}\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$

q) $y=1-8^x$

r) $y=5-\log_8 x$

s) $y=(|x|+2)^2$

t) $y=\dfrac{5x-2}{2-x}-1$

u) $y=-0{,}5\sin x-0{,}5$

v) $y=(|x|+4)^3$

w) $y=-x^2-1$

x) $y=\sqrt{\dfrac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{cotg} x}}$

y) $y=5^{-x}-2$

z) $y=\log 2x+\log 5x$

ž) $y=\big||2\sin x+1|-1\big|-1$

4. Határozd meg, az adott függvény paritását!

a) $y = x^2 - 6$ **j)** $y = \operatorname{arctg} 4x$ **s)** $y = x^2 - 4x + 5$

b) $y = x - 3$ **k)** $y = \dfrac{-\sin x}{\cos x}$ **t)** $y = x^4 . \arcsin(1 - x^2)$

c) $y = 2.|x| + 3$ **l)** $y = 13^{1-x}$ **u)** $y = 7x^5 + 4x^7$

d) $y = \sqrt{x^2}$ **m)** $y = |x| + |2x|$ **v)** $y = -\operatorname{cotg}(-2x)$

e) $y = \cos \dfrac{x}{2}$ **n)** $y = \dfrac{1+x}{1-x}$ **w)** $y = \sqrt[3]{\dfrac{1-x^2}{1+x^2} - 1}$

f) $y = \dfrac{x^3}{2}$ **o)** $y = \log_3 x^8$ **x)** $y = |2x| + 2$

g) $y = \ln(1 - x^2)$ **p)** $y = \sqrt{x} + 1$ **y)** $y = \log_5 15^{x^2}$

g) $y = \ln(1 - x^2)$ **p)** $y = \sqrt{x} + 1$ **y)** $y = \log_5 15^{x^2}$

h) $y = (x+2)^2 - 3$ **q)** $y = -x - 1$ **z)** $y = \left|\dfrac{1}{x} - 1\right|$

i) $y = \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right)$ **r)** $y = (|x| - 2)^2$ **ž)** $y = -0{,}5 \sin x - 0{,}5$

5. Határozd meg, az adott függvény folytonos-e!

a) $y = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x + 3} & x \neq -3 \\ 6 & x = -3 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 4x}{x - 2} & x \neq 2 \\ 8 & x = 2 \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} 3 + x^2 & x \leq 0 \\ \dfrac{\sin 3x}{x} & x > 0 \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} x^2 & x \in (-\infty;1\rangle \\ 2x & x \in (1;\infty) \end{cases}$

e) $y = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 1}{1 - x} & x \neq 1 \\ -3 & x = 1 \end{cases}$

f) $y = \begin{cases} \operatorname{arctg} x & x \in (-\infty;0\rangle \\ x^3 & x \in (0;1\rangle \\ 2 - x & x \in (1;\infty) \end{cases}$

g) $y = \dfrac{1}{\;}$

h) $y = \begin{cases} \dfrac{2x - 8}{\sqrt{x-1} - \sqrt{3}} & x \neq 4 \\ 2 & x = 4 \end{cases}$

i) $y = \begin{cases} x + 1 & x \in (-\infty;0\rangle \\ 2 - x^2 & x \in (0;\infty) \end{cases}$

j) $y = \begin{cases} 3 - x & x \in (-\infty;2\rangle \\ (x-1)^2 & x \in (2;\infty) \end{cases}$

k) $y = \begin{cases} x^3 + 1 & x \in (-\infty;0\rangle \\ \sqrt{x} & x \in (0;\infty) \end{cases}$

l) $y = \begin{cases} \dfrac{2x^2 + 6x - 20}{x^3 - 3x^2 + 2x} & x \neq 2, x \neq 0, x \neq 1 \\ 7 & x = 2 \end{cases}$

m) $y = \begin{cases} x . \operatorname{arctg} \dfrac{1}{x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \dfrac{1 - \cos x}{x^2} & x > 0 \end{cases}$

n) $y = \operatorname{sgn} \sin x$

6. Keresd meg a függvény aszimptotáit!(vízszintes, függőleges vagy ferde aszimptotái)

a) $y=\dfrac{x}{x+4}$

b) $y=\dfrac{1-x^2}{x-2}$

c) $y=\dfrac{2x^2}{2x-1}$

d) $y=\dfrac{x^2+1}{x}$

e) $y=\dfrac{2x^2-1+3x^3}{3-2x^2}$

f) $y=\dfrac{x^2-9}{1-x}$

g) $y=\dfrac{x^2+6x}{x+2}$

h) $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$

i) $y=3x+\dfrac{3}{x-2}$

j) $y=\dfrac{2x^3-5x^2+x-4}{4-x^2}$

k) $y=\dfrac{x^2-3}{x^3-1}$

l) $y=\dfrac{x^3-3}{x^3-1}$

m) $y=\dfrac{2x^2-5x}{x^2+1}$

n) $y=\dfrac{2x}{1-3x}$

o) $y=\dfrac{3x^2-2x^3+4}{4-4x+x^2}$

p) $y=\dfrac{x-1}{x^3-1}$

q) $y=\dfrac{2x^2+x+1}{8x}$

r) $y=\dfrac{1+x-3x^3}{x^2+x-2}$

s) $y=\dfrac{2x^4-1}{x^4+1}$

t) $y=2x-3\sqrt[3]{x^2}$

u) $y=\dfrac{1}{\sqrt{1-\ln^2 x}}$

v) $y=\dfrac{x}{\ln x}$

w) $y=x\,\mathrm{arccotg}\,x$

x) $y=xe^{1/x^2}$

y) $y=4xe^{-x^2}$

z) $y=x+e^{-x}$

ž) $y=x+\dfrac{\ln x}{x}$

7. Írd fel a függvényhez húzott érintő egyenletét a T érintési pontban és határozd meg az érintő és a x tengely által bezárt szöget!

a) $y=x^2-2x+2,\quad T=[0;?]$

b) $y=2x-x^2,\quad T=[1;?]$

c) $y=1-\dfrac{1}{x+1},\quad T=[0;?]$

d) $y=-x^2-2x+3,\quad T=[0;?]$

e) $y=\dfrac{2x}{x+1},\quad T=[0;?]$

f) $y=x^3+3,\quad T=[1;?]$

g) $y=x^3+2x,\quad T=[1;?]$

h) $y=x^3+3x^2-2x-1,\quad T=[-1;?]$

i) $y=x^2,\quad T=[2;?]$

j) $y=\sqrt{x},\quad T=[5;?]$

k) $y=\ln x,\quad T=[?;0]$

l) $y=\arcsin x,\quad T=[1;?]$

n) $y=\ln(2x-1),\quad T=[1;?]$

o) $y=\mathrm{tg}\,2x,\quad T=\left[\dfrac{\pi}{6};?\right]$

p) $y=\sqrt[3]{x+4},\quad T=[-3;?]$

q) $y=\dfrac{12}{x},\quad T=[3;?]$

r) $y=x^2+4x+1,\quad T=[0;?]$

s) $y=\mathrm{tg}\,3x,\quad T=\left[\dfrac{\pi}{9};?\right]$

t) $y=(x-1).e^x,\quad T=[1;?]$

u) $y=\dfrac{3x-4}{2x-3},\quad T=[2;?]$

v) $y=2\sqrt{2}\sin x,\quad T=\left[\dfrac{\pi}{4};?\right]$

w) $y=\ln(x+1),\quad T=[0;?]$

x) $y=e^{-x}\cos 2x,\quad T=[0;?]$

y) $y=x+\sqrt{4-x},\quad T=[3;?]$

8. Határzod meg a függvény szélső értékeit!

a) $y = x^2 - 6x + 1$

b) $y = 3 + 10x - 5x^2$

c) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

d) $y = x - \frac{16}{3}x^3$

e) $y = (x+2)^2(x+5)$

f) $y = -(x+1)^2(x-3)^2$

g) $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}$

h) $y = x^5 + x^3 + 1$

i) $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$

j) $y = \frac{2x+1}{x^2}$

k) $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

l) $y = \frac{x^3}{x^2+1}$

m) $y = x - \sqrt{x-1}$

n) $y = \frac{1}{x^4 - 1}$

o) $y = 4 - \sqrt[3]{x}$

p) $y = 2 - \sqrt[3]{(2-x)^2}$

q) $y = x.\sqrt{9-x}$

r) $y = x.e^{-x}$

s) $y = (4-x)e^{4-x}$

t) $y = e^{-x^2}$

u) $y = x + e^{-x}$

v) $y = e^x + e^{-x}$

w) $y = x\ln x$

x) $y = \frac{1}{x} + \ln x$

y) $y = \ln(4x - x^2)$

z) $y = \frac{\ln x}{x^2}$

ž) $y = \frac{\ln^2 x}{x}$

9. Keresd meg mely intervallumokon monoton a függvény és add meg a függvény stacionárius pontjait, ha vannak!!

a) $y = 2x^2 + x - 6$

b) $y = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 2$

c) $y = 1 - 12x - 9x^2 - 2x^3$

d) $y = 3 - 2x^2 + 4x^4$

e) $y = \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5}$

f) $y = \frac{2x}{x^2+1}$

g) $y = \frac{x-1}{x^2}$

h) $y = \frac{x^2}{2-x}$

i) $y = \sqrt{1-x}$

j) $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

k) $y = x.\sqrt{1-x}$

l) $y = \frac{x-3}{\sqrt{1+x^2}}$

m) $y = 2x - 3.\sqrt[3]{(1-x)^2}$

n) $y = x + e^{-x}$

o) $y = x.e^{\frac{1}{x}}$

p) $y = x.e^{-\frac{x^2}{2}}$

q) $y = (1+x^2).e^{-x^2}$

r) $y = \frac{e^x}{x+1}$

s) $y = x - 2\ln x$

t) $y = \ln(1-x)$

u) $y = \ln(x^2 - 4)$

v) $y = x\ln x$

w) $y = \frac{\ln x}{x}$

x) $y = \frac{\ln(3-x)}{3-x}$

y) $y = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$

z) $y = \frac{2}{x} + \ln x^2$

ž) $y = \frac{x}{\ln x}$

10. Határozd mely intervallumokon konvex illetve konkáv a függvény és határozd meg a függvény inflexiós pontjait, ha léteznek!

a) $y = x^3 - 9x^2 + 1$

b) $y = x^4 - 2x^3 - 7$

c) $y = x^4 - x^5$

d) $y = \frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{4} + 3$

e) $y = 3x - (4 - x)^5$

f) $y = x^4 + 2x^3 + 6x^2$

g) $y = x + \frac{1}{x}$

h) $y = 3x + \frac{1}{2x^2}$

i) $y = \frac{3x^2}{1 - x}$

j) $y = \frac{x^2 + x + 21}{x + 2}$

k) $y = \frac{2x}{1 + x^2}$

l) $y = \frac{x}{1 - x^2}$

m) $y = \frac{x^2}{16 - x^2}$

n) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

o) $y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$

p) $y = \frac{1}{x^3} - \frac{6}{x}$

q) $y = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x}\right)^2$

r) $y = 3x - \sqrt{x - 3}$

s) $y = 4 + \sqrt[3]{x^2}$

t) $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

u) $y = \frac{x}{\sqrt{x^3 + 1}}$

v) $y = x.e^{-x}$

w) $y = e^{-x^2}$

x) $y = x.e^{-x^2}$

y) $y = x^2.e^{-x}$

z) $y = x.e^{\frac{1}{x}}$

ž) $y = e^{2x} - 8e^x + 5x$

11. Végezz teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényeken!

a) $y = \frac{8(x - 2)}{x^2}$

b) $y = \frac{x - 1}{x - 2}$

c) $y = 3x^5 - 5x^3$

d) $y = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$

e) $y = |16 - x^2|$

f) $y = (x^2 - 1).3x$

g) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

h) $y = -x^4 + 6x^2 - 5$

i) $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

j) $y = \frac{|x - 1|}{x + 2}$

k) $y = \frac{\ln x}{x} + 1$

l) $y = \sqrt{x - 2} - 1$

m) $y = x + 2\,\mathrm{arctg}\,x$

n) $y = 2.3^x + 1$

o) $y = \sin x + \cos x$

p) $y = (x - 4).\sqrt[3]{x}$

q) $y = \ln\frac{1 - x}{1 + x}$

r) $y = \left|\frac{x - 1}{x + 1}\right|$

s) $y = x^3 + 3x$

t) $y = x^2 - 2|x|$

u) $y = (1 - x^2)^2$

v) $y = \sqrt{|x - 1|}$

w) $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$

x) $y = x^2 e^{-x}$

y) $y = 3 + \sin x.\cos x$

z) $y = x\,\mathrm{arctg}\,x$

ž) $y = \frac{2x}{x^2 - 1} + x$

12. A L'Hospital szabály sejtségével számítsa ki a függvény határértékét!

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-1}$

b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-9x}{x^4-3x^3-x+3}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{8x}-2x}{\sqrt[4]{x}-x}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x^2-1}$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-1}{x}$

f) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^3-3}{3^x-3}$

g) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$

h) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x^2}$

i) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}}\dfrac{1-2\cos x}{\pi-3x}$

j) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{e^x-1}$

k) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg} 3x}{\arcsin 2x}$

l) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{2x-\sin x}$

m) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3+\pi x}{\sin 3x}$

n) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4x)}{3^x-1}$

o) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\ln(1+\sin x)}$

p) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\ln(1-2x)}{2\operatorname{arctg} 3x}$

q) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg} x+x^2}{2^{3x}-3^{2x}}$

r) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\operatorname{arctg}(x-\pi/2)}{\pi-2x}$

s) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^{-2x}}{2\arcsin x-\sin x}$

t) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 3x)}{\operatorname{arctg} 4x}$

u) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^2-(1+2x)}{x^2+4x^3}$

v) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x^2+3x+2)^2}{x^3-3x-2}$

w) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^4 x}{4x^2}$

x) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{2x.\sin x}$

y) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{e^x-e^{-x}-2x}$

z) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 x}$

ž) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{x-\operatorname{arctg} x}$

13. Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat:

a) $\int(3x^2-6x+3)dx$

b) $\int(8x^3-x^2+5x-1)dx$

c) $\int\left(x^5+\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3\right)dx$

d) $\int\left(-\frac{x^4}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{6}\right)dx$

e) $\int(2x-6)^3dx$

f) $\int((\sqrt{x}-5)^2-x)^2dx$

g) $\int(x^{10}-x^8+x^6-x^4)dx$

h) $\int(x^{-5}+x^{-3}+x^{-1})dx$

i) $\int\left(\frac{16}{x^5}-\frac{9}{x^4}+\frac{4}{x^3}\right)dx$

j) $\int(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x}+\sqrt[9]{x})dx$

k) $\int(\sqrt[5]{x^7}-\sqrt[4]{x^8}+\sqrt[3]{x^9})dx$

l) $\int\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3x^8}}-\frac{1}{\sqrt[7]{3x^5}}\right)dx$

m) $\int\left(\frac{\sqrt[3]{4x}}{6}+\sqrt{\frac{1}{x^4}}\right)dx$

n) $\int(\sqrt{x^5}-\sqrt[5]{x^2})dx$

o) $\int(\sqrt[3]{x\sqrt{x}}+\sqrt[6]{x^5\sqrt{x^4}})dx$

p) $\int\sqrt{x\sqrt{x^3\sqrt{x^5\sqrt{x^7}}}}\,dx$

q) $\int(1-3x+x^3)\sqrt[3]{x}\,dx$

r) $\int\left(\sqrt[7]{\frac{1}{x^5}}+\frac{\sqrt[6]{x.\sqrt{x^{-9}}}}{\sqrt{9x\sqrt{x^{10}}}}\right)dx$

s) $\int(\pi^2+e-\sqrt{2})dx$

t) $\int(1-x^e+e^x-e^e)dx$

u) $\int(4.8^x+4^x+6^x\ln 6)dx$

v) $\int\left(\sin x+\frac{1}{x}+\cos x\right)dx$

w) $\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$

x) $\int\left(\frac{2}{1+x^2}-\frac{5}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$

y) $\int\frac{1}{x\ln x}dx$

z) $\int(\operatorname{tg} x+\operatorname{cotg} x)dx$

ž) $\int\left(\frac{x^2-2x}{x^3-3x^2+1}\right)dx$

14. Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat, alkalmazzon helyettesítést!

a) $\int \sqrt{5+2x}\, dx$

b) $\int x.(3x^2-4)^5\, dx$

c) $\int \frac{\ln^2 x}{x}\, dx$

d) $\int \frac{3}{\sqrt{(5-2x)^3}}\, dx$

e) $\int \frac{1}{x^2}.\cos\frac{1}{x}\, dx$

f) $\int \frac{5}{\sqrt[3]{1-6x}}\, dx$

g) $\int \sin\left(\frac{3x-5}{2}\right) dx$

h) $\int x^2\sqrt[3]{6-x^3}\, dx$

i) $\int \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x-2}{3}\right)}\, dx$

j) $\int \frac{x}{x^2+1}\, dx$

k) $\int \frac{3x^3}{\sqrt[3]{x^4+4}}\, dx$

l) $\int \mathrm{cotg}(5x+9)\, dx$

m) $\int \frac{2^x}{1+4^x}\, dx$

n) $\int \frac{e^{1/x}}{x^2}\, dx$

o) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\, dx$

p) $\int \frac{\mathrm{tg}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\, dx$

q) $\int \frac{2}{x^2+9}\, dx$

r) $\int \frac{1}{(5+3x)^3}\, dx$

s) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}}\, dx$

t) $\int e^{\cos^2 x}.\sin 2x\, dx$

u) $\int \frac{1}{x.\sqrt[3]{\ln 3x}}\, dx$

v) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}\, dx$

w) $\int \sin 7x\, dx$

x) $\int 3x^4 e^{-x^5+2}\, dx$

y) $\int x^2.e^{x^3}\, dx$

z) $\int \frac{x}{(x^2-4)^3}\, dx$

ž) $\int \frac{1}{x^3}.\sin\frac{1}{x^2}\, dx$

15. Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat, alkalmazza Per Partes módszerét!

a) $\int x.\sin x\, dx$

b) $\int x^2 \ln x\, dx$

c) $\int xe^x dx$

d) $\int (1-x).2^x\, dx$

e) $\int x^2 e^x dx$

f) $\int 5x.3^x\, dx$

g) $\int \ln x\, dx$

h) $\int x^2.\cos x\, dx$

i) $\int x^3 \ln x\, dx$

j) $\int \frac{\ln x}{x^2}\, dx$

k) $\int (x^2+2x-3).e^{-x}\, dx$

l) $\int xe^{2x}\, dx$

m) $\int \frac{3\ln x}{\sqrt{x}}\, dx$

n) $\int x.\mathrm{arccotg}\, x\, dx$

o) $\int \sqrt{x}.\ln x\, dx$

p) $\int (2x+1)e^x dx$

q) $\int \cos(\ln x)\, dx$

r) $\int x\ln(x-1)\, dx$

s) $\int 12x^3.\mathrm{arctg}\, x\, dx$

t) $\int 2\ln^2 x\, dx$

u) $\int 2x.\mathrm{arctg}\, x\, dx$

v) $\int (2x-5).\sin 3x\, dx$

w) $\int (4x-x^2).5^x\, dx$

x) $\int (3x+5).\cos\frac{x}{3}\, dx$

y) $\int (x^2+6x-7).\cos x\, dx$

z) $\int e^x \sin x\, dx$

ž) $\int 2e^x \cos x\, dx$

16. Számítsa ki az alábbi határozott integrálokat!

a) $\int_{-1}^{2} 3x^2\,dx$

b) $\int_{1}^{8} \sqrt[3]{x}\,dx$

c) $\int_{-2}^{1} x^3\,dx$

d) $\int_{0}^{2} (3x^3-2x+5)\,dx$

e) $\int_{1}^{4} \left(-x+\frac{4}{x}\right)dx$

f) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^2 x\cos x\,dx$

g) $\int_{-4}^{2} \sqrt{17+4x}\,dx$

h) $\int_{0}^{1} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx$

i) $\int_{0}^{1} \frac{e^x}{e^x+1}\,dx$

j) $\int_{0}^{1} x.(2x^2-1)^{10}\,dx$

k) $\int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2-1}\,dx$

l) $\int_{0}^{\pi/2} \cos^2 x\sin x\,dx$

m) $\int_{0}^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\sin x}\,dx$

n) $\int_{-\pi/2}^{0} \sin x\cos x\,dx$

o) $\int_{0}^{\pi} x.\sin x\,dx$

p) $\int_{1}^{2} (3x+2).\ln x\,dx$

q) $\int_{1}^{e} \ln x\,dx$

r) $\int_{1}^{e} x^3\ln x\,dx$

s) $\int_{0}^{\pi/2} x.\cos x\,dx$

t) $\int_{0}^{1} x^3.(1-x)^2\,dx$

u) $\int_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2}\,dx$

v) $\int_{1}^{4} \sqrt{x}.(1+2\sqrt{x})\,dx$

w) $\int_{1}^{8} \frac{\sqrt{x}-x^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

x) $\int_{0}^{\pi} 2\sin x\,dx$

y) $\int_{0}^{\pi} \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$

z) $\int_{0}^{\pi/4} \frac{1+\sin^2 x}{\cos^2 x}\,dx$

ž) $\int_{1}^{e} \left(-\frac{3}{x}+2\right)dx$

17. Határozza meg a görbék által határolt síkalakzatok területét!

a) $y=-x^2+2x+8,\ y=0$

b) $y=16-x^2,\ y=x^2-16$

c) $y=x^2-4x+6,\ y=-2x^2+8x-3$

d) $y=x^2+6x+8,\ y=-x^2-10x-16$

e) $y=-9-x^2,\ 5x+y+9=0$

f) $y=x^2,\ y=2x^2,\ y=1$

g) $y=2x^3,\ y=\frac{x}{2}$

h) $y=x,\ y=3.\sqrt{x}$

i) $y=x^2+1,\ y=0,\ x=-1,\ x=2$

j) $y=-x^2+2x-3,\ y=0,\ x=0,\ x=3$

k) $y=\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=2\pi$

l) $y=2-x^2,\ y=x$

n) $y=\ln x,\ x=\frac{1}{2},\ x=2$

o) $y=(2-x)e^{-x},\ y=0,\ x\geq 2$

p) $y=x^3,\ y=4x,\ x\geq 0$

q) $y=\sin x,\ y=\cos x,\ x=\frac{\pi}{4},\ x=\frac{3}{4}\pi$

r) $y=2x-x^2,\ y-\frac{1}{2}x=0$

s) $y=\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}\ln x,\ x\in\langle 1;e\rangle$

t) $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\ x\in\left\langle 0;\frac{9}{16}\right\rangle$

u) $y=2x-x^2,\ y=2x^2-4x,\ y=-x$

v) $y=x^2-x-6,\ y=-x^2+5x+14$

w) $y=x^2,\ y=0,\ x=-1$

x) $y=e^x,\ y=e^{-x},\ x=1$

y) $y=4-x^2,\ y=0$

18. Határozza meg a görbék által határolt az *x* ***tengely*** körüli forgatással keletkezett test térfogatát!

a) $y=x,\ y=\dfrac{1}{x},\ y=0,\ x=2$

b) $y=x^2,\ y=x$

c) $y=x^3+3,\ y=0,\ x=-1,\ x=1$

d) $y=\dfrac{4}{x},\ y=0,\ x=1,\ x=4$

e) $y=-x^2+1,\ y=-2x^2+2$

f) $y=\dfrac{1}{1+x^2},\ x=-1,\ x=1$

g) $y=x^2-6x+9,\ y=x^2-4x+7,\ x=3$

h) $y=\sqrt{2x-3},\ y=\sqrt{4x-7},\ y=0$

i) $y=2^x,\ 3x-4y+5=0$

j) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x-3}},\ y=0,\ |x|=1$

k) $y=\sin x,\ y=0,\ x\in\langle 0;\pi\rangle$

l) $y=\sin 2x,\ y=0,\ x\in\left\langle 0;\dfrac{\pi}{2}\right\rangle$

m) $y=\sin^2 x,\ y=3\sin x,\ x\in\langle 0;\pi\rangle$

n) $y=\sqrt{x}.e^{-x},\ y=0,\ x=1$

o) $y=\dfrac{\ln x}{x},\ y=0,\ x=1,\ x=e$

p) $y=e^{2x},\ y=e^{-2x},\ y=e^2$

r) $x^2+y^2=4,\ x\in\langle -2;2\rangle$

s) $y^2=5x,\ x=8$

t) $y=x^2,\ x=y^3$

u) $y=\operatorname{tg} x,\ y=0,\ x\in\left\langle 0;\dfrac{\pi}{4}\right\rangle$

Zbierka úloh na prípravu na MŠ

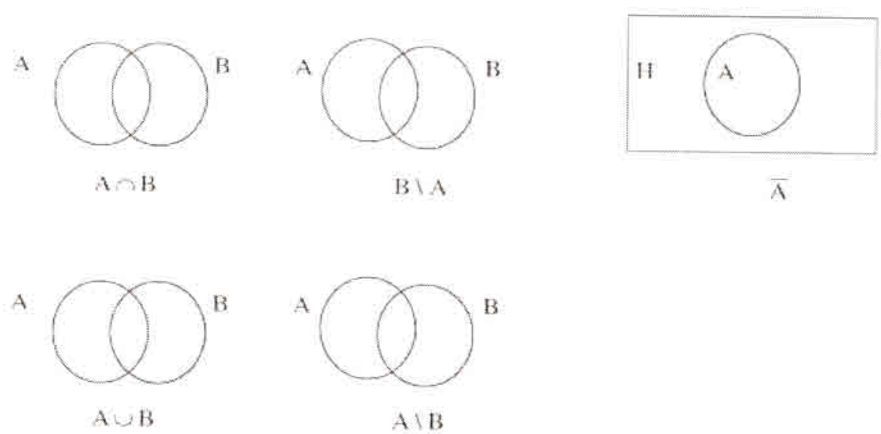
Základy matematiky

a. Halmazok

1. Az alábbi meghatározások egy adott osztály tanulóira vonatkoznak. A definíciók közül melyek határoznak meg egyértelműen egy halmazt?
a) az osztályba járó fiúk;
b) a magas tanulók;
c) a barna hajú lányok;
d) a budapesti lakosok;
e) akiknek tavaly év végén 5-ös matematikaosztályzatuk volt;
f) akik szeretnek iskolába járni.

2. Add meg a következő halmazok elemeit!
A:= {2012 számjegyei} A =
B:= {MATEMATIKA szó betűi} B =
C:= {az első öt páratlan szám} C =
D:= {testvéreid neve} D =
E:= {1960 számjegyei} E =
F:= {az első öt páros szám} F =
G:= {osztályod lány tanulói} G =

3. Jelöld be az alábbi Venn-diagramokon a műveleteket!



4. Végezd el a következő halmazműveleteket! (rajzold fel a halmazokat!)
H:= {1,2,3,4,5,6,7,8} A:= {2,7,8} B:= {1,2,4,6} C:= {2,4,5,8}
a) $A \cup B =$
b) $A \cap B =$
c) $A \setminus B =$
d) $B \setminus A =$
e) $H \setminus (\overline{A \setminus C}) =$

5. Határozd meg az A:= {20-nál kisebb négyzetszámok} és B:= {a 3 egyjegyű többszörösei} halmazok unióját és metszetét!

6. Sorolja fel az A:= {1,2,3,4,5} halmaz összes négyelemű részhalmazát!

7. Sorolja fel az A és a B halmaz elemeit!
   $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}, A \cap B = \emptyset, A \setminus B\{b, c, f\}$
8. Az alábbi A, B és C halmazokat megadhatjuk felsorolással, körülírással és képlettel is. Pótoljuk a hiányzó megadásokat, és ábrázoljuk a halmazokat a Venn-diagramon!

halmaz	felsorolás	körülírás	képlet
A	{1; 3; 5; 7; 9}		
B		egyjegyű, pozitív prímszámok	
C			$C = \{x \mid 4 \leq x \leq 9 \text{ és } x \in \mathbb{N}\}$

9. Az alábbi táblázatban egy osztály tanulóit két-két csoportra osztottuk a nemük szerint, valamint attól függően, hogy év végi matematikaeredményük „jó" (4-es vagy 5-ös), illetve „gyenge" (2-es vagy 3-as) volt. A táblázat mezőibe írt számok a megfelelő tulajdonságú tanulók számát jelentik.

	jók (4-es, 5-ös érdemjegy)	gyengék (2-es, 3-as érdemjegy)
F (fiúk)	8	7
L (lányok)	10	7

Értelmezzük a táblázat adatait!

a) Mennyi az osztálylétszám?
b) Az összes tanuló hány százaléka „jó" matematikából?
c) Az összes fiú hányad része „gyenge" matematikából?
d) Ábrázoljuk az adatokat az F (fiúk) és J („jók") halmazok Venn-diagramján! (Az alaphalmaz az osztály tanulóinak a halmaza; az egyes tartományokba a megfelelő elemszámot írjuk.)

10. $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.
a) Hány részhalmaza van A-nak?
b) Hány valódi részhalmaza van A-nak?
c) Hány 2 elemű részhalmaza van B-nek?
d) Hány 4 elemű részhalmaza van B-nek?
e) Hány olyan halmaz van, amelyik A-nak és B-nek is részhalmaza?

11. Egy osztály tanulói közül 15 szeret focizni, 12 kosarazni, 6 diák pedig mindkét sportot szereti. Hány tanulója van az osztálynak, ha 3-an egyik sportot sem kedvelik?

12. Egy matematikaversenyen két feladatot tűztek ki. Az első feladatot az indulók 80%-a, a másodikat pedig az indulók 40%-a oldotta meg. Minden résztvevő megoldott legalább egy feladatot, mindkét feladatot 2 tanuló oldotta meg. Hányan indulhattak a versenyen?

13. Egy sportegyesületnek 550 tagja van, a tagok 20 %-a kajakozik vagy kenuzik. A tagok közül 60-an kajakoznak, és 25-en mindkét sportot űzik. Hányan kenuznak?

14. Egy felmérésen a következő derült ki: 190-en szeretik a drámát, 200-an a krimit, és 220-an a vígjátékot. 100 fő a drámát és a krimit, 90 fő a drámát és a vígjátékot, 110 fő a krimit és a vígjátékot is szereti. 40-en mondták azt, hogy mindhármat kedvelik. Hányan szeretik valamelyik műfajt a megkérdezettek közül?

15. Ede focicsapatot szeretne alapítani. Felhívására sokan megjelentek a plakátokon meghirdetett gyűlésen. Amikor Ede megkérdezte a jelenlévőket, hogy kik játszottak már a különböző posztokon, kiderült, hogy korábban védőt 19-en, középpályást 20-an, csatárt 22-en játszottak. A további kérdésekből kiderült, hogy 10 fő játszott már védőt és középpályást, 9 fő csatárt és védőt, 11-en csatárt és középpályást. 4-en mindhárom poszton fociztak már. Hányan voltak ott az alakuló gyűlésen, ha Ede hozott magával 3 kapusjelöltet is?

b. Logika

1. Állapítsátok meg kijelentések valóságértékét!
   a) 2 prímszám vagy 3 páros szám.
   b) 2 és 4 páros szám.
   c) Ha a 2 páros szám, akkor a 3 páratlan szám.
   d) A 2 akkor és csakis akkor páros, ha osztható 2 vel.
   e) Ha a háromszög

2. Fogalmazd meg az álltások negációját!

   (1) Minden madár repül.
   (2) A 7 páratlan szám.
   (3) Legfeljebb háromszor késtem.
   (4) Minden háromszög tompaszögű.
   (5) A bálba senki sem ment el.
   (6) Moziba pontosan ketten mentünk.
   (7) Ha vezetek, akkor nem fogyasztok alkoholt.
   (8) Reggelire teát vagy kávét ittam.
   (9) Nem hazudtam.
   (10) Nem esett az eső, de fújt a szél.
   (11) $\exists a \in R : (a+1)^2 = a^2+2a+1$
   (12) $\forall x \in R : |x| \geq 0$

3. Írd le az alábbi ítéletek tagadását!
   a) Osztályban legfeljebb hárman szemüveget hordanak.
   b) Bárki felelhet.
   c) Reggelre teát vagy tejet iszok.
   d) Holnap színházba vagy moziba megyek.
   e) Pontosan négyen hiányoznak.
   f) Minden háromszög hegyesszögű.

4. Adjuk meg formulával az alábbi kijelentéseket. Használjuk az A, B, C, D betűket, logikai műveleteket és zárójeleket, majd tagadjuk a kijelentéseket!
   a) Nem vagyok hazudós.
   b) Egyest kapok vagy világgá megyek.
   c) Jó vagyok matekból és biológiából, de nem vagyok jó se németből, se fizikából.
   d) Ha hideg van, akkor fázom
   e) Az n szám akkor és csakis akkor prím, ha osztható 3-mal es osztható 8-cal.

5. Adottak a következő ítéletek:
   A: Szombaton állatkertbe megyün .
   B: Vasárnap moziba megyünk.

Az A, B ítéletekből alkossatok:
   a) Negációt,
   b) Konjunkciót,
   c) Diszjunkciót,
   d) Implikációt,
   e) Ekvivalenciát.

6. Mit nevezzünk tautológiának? Az adott ítélet tautológia –e?

$$A \Leftrightarrow [\ A' \Rightarrow (B \wedge B')\ ]$$

7. Írjuk fel a következő összetett kijelentés logikai szerkezetét, és készítsünk neki igazságtáblázatot is:
   a) „Ha Marci időben felébred, és eléri a vonatot, akkor boldog lesz, de ha nem ébred fel, akkor nem leszboldog"
   b) „Ha melegem van vagy éhes vagyok, nem tudok dolgozni"
   c) „Busszal vagy gyalog megyek, vagy se nem busszal, se nem gyalog."

8. Egy városban igazmondók és hazugok élnek. Az igazmondók mindig igazat mondanak, a hazugok mindig hazudnak. Aladár, Béla és Csaba ebben a városban élnek. Egyszer a következő beszélgetés hangzott el.
   Aladár: - Mi mindannyian hazudósak vagyunk.
   Béla: - Csak te vagy hazudós.
   Csaba: Mindketten hazudások vagytok.
   Ki a hazudós és ki az igazmondó közülük?

9. Adott a következő ítélet: **Ha egy háromszög egyenlő szárú, akkor van két egyenlő szöge.**
   Fogalmazza meg a fenti ítélet megfordítását, negációját és kontrapozícióját!

10. Adottak a következő ítéletek:
    A: Zöldséget veszek. B: Levest főzök. Az A, B ítéletekből alkossatok:

a) implikáció megfordítását

b) implikáció tagadását
c) implikáció kontrapozícióját
d) ekvivalenciát

11. Ravaszdi Rudolf elsőéves hallgató a róka képzőben. A hét első négy napján hazudik, a többi napon igazat mond. Mikor mondhatta a következőket?
    a) Holnap igazat mondok.
    b) Holnap hazudok.

12. Tekintsük az alábbi kijelentéseket: A = n osztható 5-tel; B = n osztható 3-mal; C = n osztható 15-tel.
    Fogalmazzuk meg szavakkal az alábbi állításokat:
    a) $C \Rightarrow A$
    b) $C \Leftrightarrow (A \wedge B)$
    c) $(A \wedge \bar{B}) \Rightarrow \bar{C}$
    d) $\bar{C} \Rightarrow (\bar{A} \wedge \bar{B})$

13. Határozd meg az összetett ítéletek értéktáblázatát! Mikor igaz a összetett ítélet?
    a) $(A \Rightarrow B) \vee (A \vee \bar{C})$
    b) $C \Leftrightarrow (A \wedge \bar{B})$

14. Andrást, Pétert, Rezső, Lórántot és Tibort Károly meghívta a születésnapjára. Megígérték, hogy eljönnek. A következőt nyilatkozták:
    Eljön András és eljön Péter is.
    Eljön Péter vagy eljön Tibor.
    Ha eljön Tibor, akkor eljön Rezső is.
    Lóránt csak akkor jön el, ha eljön Tibor
    Károly születésnapjára egyik osztálytársa sem jött el.
    Határozd meg ki tartotta be az ígéretét!

15. Egy távoli országban egyes emberek mindig igazat mondanak, a többiek mindig hazudnak.
    a) Két ember találkozik és az egyikük azt mondja:
       Legalább egyikünk hazudik. Miféle emberek ők?
    b) Két ember találkozik és az egyikük azt mondja a másiknak:
       Vagy hazudok, vagy te igazat mondasz. Miféle emberek ők?
    c) Két ember találkozik és az egyikük azt mondja a másiknak:
       Én hazudok, de te igazat mondasz. Miféle emberek ők?

c. Számok, algebrai kifejezések

1. Végezd el a lehetséges összevonásokat!
    a) $5a - 3ab + 2ba - 5a + ab =$
    b) $4xy - 3x + 5xy - 7y + 10x + y =$
    c) $\frac{x^2}{2} - \frac{7x^2}{3} + \frac{2y^2x}{5} - \frac{3xy^2}{2} =$
    d) $\frac{5}{12} + \frac{a}{4} + \frac{2}{3} + \frac{2a}{3} + \frac{4}{3} =$

2. Írd le a kifejezéseket zárójel nélkül! (Ahol lehet, vonj össze!)

a) $(a-1)\cdot 5=$

b) $(a-1)(a+1)=$

c) $(2x-3)(2x+3)=$

d) $(-a+2)(2-a)=$

e) $(3x+2)\cdot 2x=$

f) $-3a(5b-2)=$

g) $(-4)\cdot\frac{5y}{2}\cdot 3y=$

h) $3s^2\cdot(-2s)\cdot\frac{5s}{6}=$

3. Végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $(2a-b)^2=$

b) $(3x+y)^2=$

c) $(3x+4y)(3x-4y)=$

d) $(a+3b+7)^2=$

e) $(2a+3)^3=$

4. Végezd el a kijelölt műveleteket!

a) $(a-3b)(a+3b)-(2a+b)^2=$

b) $(a+7)^3-(a+3)^3=$

c) $(a+3b+7)^2-(a-2b)^2=$

d) $(x-7)^2-(x+2)^2=$

5. Alakítsd át szorzattá!

a) $2x^2+6x=$

b) $3xy^2+6xy=$

c) $2x^3-10x^2y-xy+2y^3=$

d) $9-x^2=$

e) $4x^2a^4-b^6y^4=$

6. Alakítsd teljes négyzetté a következő kifejezéseket!

a) x^2-4x+4

b) $2x^2-16x+26$

c) $-5x^2-20x+7$

7. Határozd meg a következő kifejezések értelmezési tartományát!

a) $\frac{1}{x}$; $\frac{x+2}{x-3}-\frac{2}{x+6}$; $\frac{4}{x-2}-\frac{1}{2x-5}$

b) $\frac{1}{x^2}$; $\frac{x+2}{x^2-4}$; $\frac{2}{x^2+1}$; $\frac{4}{(x-2)(x-3)}$!

8. Határozd meg a polinom változóját, fokszámát, együtthatóit és a polinom helyettesítési értékét, ha x =-2!
   $A(x) = x^3 - 2x + 5$
9. Határozd meg a tagjainak számát, fokszámát és helyettesítési értékét, ha x =1, y=-2!
   $B(x\,,\,y) = {}^2 2x^3 + 3x^2y^2 - 5xy^2 - 10$
10. Két szám szorzata 12, összegük 23. Számoljuk ki a két szám köbének az összegét!

11. Alakítsd szorzattá az alábbi kifejezést!
    a) $x^4 + x^2 + 1$
    b) $x^8 + 4$

12. Egyszerűsítsd a következő törteket és határozd meg a feltételeket!
    a) $\dfrac{4a^2 - 4}{7a + 7} =$
    b) $\dfrac{4c^2 - 4d^2}{8c^2 - 8d^2} =$
    c) $\dfrac{5x^2 - 5y^2}{10x^3 + 10y^3} =$
13. Végezd el a kijelölt műveleteket és határozd meg a feltételeket!
    a) $\dfrac{3a+2}{2a+1} + \dfrac{1-4a}{4a-2} - \dfrac{2a^2}{4a^2-1} =$
    b) $\dfrac{e^2 - ef}{e^2 + ef} \cdot \dfrac{e^2 - ef}{ef} =$
    c) $\dfrac{x^2 + xy}{x^2 - xy} \cdot \dfrac{5x^2 - 5y^2}{3x^3 - 3y^3} =$

    d) $\dfrac{m^2 - 6m + 8}{m^2 + 4m + 3} : \dfrac{m^2 - 4m + 4}{5m + 15} =$
    e) $\left(\dfrac{3a}{1-3a} + \dfrac{2a}{3a+1}\right) : \dfrac{6a^2 + 10a}{1 - 6a + 9a^2} =$

14. Két természetes szám négyzetének különbsége 225. Határozzátok meg az összes ilyen természetes számot!
15. Bizonyítsd be, hogy a $\dfrac{80a}{4a-10} : \left(\dfrac{2a+5}{2a-5} - \dfrac{2a-5}{2a+5}\right)$ kifejezés értéke minden egész a esetén páratlan szám!

d. Számelmélet

1. Milyen számjegyek írhatók a és b számjegyek helyére, ha
   $18|\overline{37a19b}$

2. Határozzuk meg a és b legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, ha
   a) $a = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 7^2$, $b = 6^3 \cdot 15^2 \cdot 770^2$;
   b) $a = 1386$, $b = 1932$!
3. Két pozitív szám legnagyobb közös osztója 18, legkisebb közös többszöröse 1080. Mi lehet ez a két szám?

4. Határozzuk meg az $n = 6^3 \cdot 7^4 \cdot 8^5 \cdot 9^6$ szám pozitív osztóinak a számát!

5. Az a és b pozitív egészek legnagyobb közös osztója 4, szorzatuk 80. Melyek ezek a számok?

6. Az a és b pozitív egészekre $(a, b) = 8$ és $a + b = 80$. Hány ilyen számpár van?

7. Melyik lehet az a két pozitív egész szám, amelyek összege 168 és legnagyobb közös osztója?

8. Hány olyan pozitív számokból alkotott számpár van, amelyben szereplő két számnak az összege 216, a legnagyobb közös osztója 24?

9. Adjuk meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amelynek 18 pozitív osztója van!

10. Melyek azok a pozitív négyjegyű számok, amelyek 6-tal osztva 4, 7-tel osztva 5, 8-cal osztva 6, 9-cel osztva 7 és 10-zel osztva 8 maradékot adnak?

11. Bizonyítsuk be, hogy $10|147^{2013} - 13^{1023}$!

12. Melyek azok az x egész számok, amelyekre az $\dfrac{4x+3}{x-3}$ tört értéke is egész?

13. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amely osztható az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számok mindegyikével?

14. Számold össze, hány pozitív osztója van a 72-nek!

15. Melyik az a legkisebb természetes szám, amelynek 12 osztója van?

16. Hány tojás van a kosárban, ha a tojásokat ötösével kirakva megmarad 3 tojás, ha a tojásokat hetesével rakjuk ki, akkor 4 tojás marad meg, és ha kilencesével rakjuk sorokba, akkor 5 tojás marad ki?

17. Milyen számjegyre végződik 2^{1986}?

18. Lehet-e $172^{1996} + 7$ egy egész szám négyzete?

19. Mutassuk meg, hogy ha a és b olyan egész számok, amelyekre $13 \mid 2a+b$ és $13 \mid 5a-4b$, akkor $13 \mid a - 6b$!

20. Mutassuk meg, hogy hogy ha ***a*** és ***b*** olyan egész számokra a $7 \mid 10a + b$ pontosan akkor teljesül, ha $7 \mid 10b + 2a$!

e. Egyenletek, egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek

1. Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán!
   a) $2(2x+1)-1=1-2(1+2x)$
   b) $\frac{z}{3z-3}-\frac{5-z}{z-1}=1$
   c) $\frac{(x+3)(2x-3)(3x+5)}{10x+15}(4x+8)=0$
   d) $2x(6-2x)-\frac{x(5+4x)}{4}=x(2x-2)$

2. Oldd meg az egyenletet és határozd meg az egyenlet értelmezési tartományát!

a) $\frac{1}{x+1}=\frac{1}{2x}$

b) $\frac{x-4}{x-8}=5$

c) $\frac{3x-4}{4x-3}=1\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{x-5}+2=\frac{5}{5-x}$

e) $\frac{2t+3}{3t+1}-\frac{t+5}{3t+1}=\frac{1}{4}$

f) $\frac{1}{x-3}+\frac{2}{x-4}=\frac{5}{(x-3)(x-4)}$

g) $\frac{1}{3}-\frac{23-x}{3x}=\frac{7}{12}-\frac{1}{4x}-\frac{7}{x}$

h) $\frac{x+7}{2x+2}=1+\frac{x+4}{4x+4}$

i) $\frac{1+x}{x-1}-\frac{3+x}{x+1}=\frac{4}{x+1}$

j) $\frac{12-7y}{y-1}=\frac{4}{y+1}-7$

k) $\frac{4}{x-3}-\frac{3}{x-2}=\frac{1}{x-4}$

l) $2-\frac{4x+3}{x+x^2}=\frac{2x}{x+1}-\frac{5}{x}$

m) $\frac{y+5}{y-7}-2=-\frac{y+7}{y-5}$

n) $1-\frac{5}{2y+6}=\frac{3}{y+3}$

o) $\frac{x+2}{2x+2}-\frac{1}{2}=-\frac{x+4}{4x+4}$

p) $\frac{z-5}{z}+\frac{3z+1}{z-3}=4$

q) $\frac{2h+1}{h}=\frac{6h}{3h-1}$

r) $\frac{2x+5}{6}+\frac{10}{x-3}=\frac{2x-3}{6}$

s) $\frac{11}{x^2-5x}+\frac{6}{x^2+4x}+\frac{4}{(x+4)(x-5)}=0$

t) $\frac{x+7}{x-5}-2=-\frac{5+x}{x-7}$

3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert!

a) $5x-6y=4$
$6x+5y=\frac{11}{15}$

b) $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}=\frac{5}{8}$
$\frac{2}{x-y}-\frac{1}{x+y}=\frac{7}{8}$

c) $2x+3y=1$
$4x+6y=3$

d) $x-2y=2$
$2x-4y=4$

d) $x-3y+z=-8$
$2x+y-z=8$
$x-y-z=0$

e) $2y-3z=-50$
$3x+y=50$
$-2x+z=10$

f) $3x+y-z=7$
$x+2y-5z=15$
$3x+5y+2z=9$

g) $x+y-z=2$
$x+y-z=7$
$x+2y+3z=5$

i) $x+y+z=18$
$(x-2):y:z=1:3:4$

j) $xy=2$
$x^2+y^2=5$

k) $x^2-4y^2=0$
$xy-y^2=2$

l) $xy+x+y=29$
$xy-2x-2y=2$

4. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $x^2+36=0$

b) $4.x^2-100=0$

c) $(x+1)^2-4=0$

d) $3x^2-81x=0$

e) $x^2-8x=0$

5. Oldd meg az alábbi magasabb fokú, másodfokúra visszavezethető egyenletet!

a) $-x^6-19x^3+216=0$

b) $(x^2-x+1)(x^2-x-1)-3=0$

c) $5x^4-25x^2+20=0$

d) $(x^2+x+3)(x^2+x+1)-15=0$

6. Oldja meg az egyenleteket algebrai úton, és ha lehet, grafikusan is!

a) $|x+3|=2$

b) $|x-5|=3x+2$

c) $|x|-1=2$

d) $|x+1|=|x|-1$

e) $3-|x|=|x-1|-1$

7. Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\sqrt{x^2-1}=7$

b) $\sqrt{5x+1}=x+1$

c) $\sqrt{1-x}=2-\sqrt{5-x}$

d) $\sqrt{3+\sqrt{5-x}}=\sqrt{x}$

8. Oldd meg a következő paraméteres egyenleteket!

a) $5x-2=px-p$

b) $3x-9=px-p$

c) $\frac{p^2-1}{x}=p+1$

d) $\frac{x-a}{1-a}=\frac{x+a}{1+a}$

9. Oldd meg az egyenlőtlenséget, és a megoldást ábrázold számegyenesen!

a) $\frac{3x-2}{2}+\frac{1}{2}\geq\frac{1+4x}{3}-\frac{1}{2}$

b) $\frac{5x-2}{3}+\frac{1-3x}{4}<\frac{9x-4}{2}$

10. Add meg a következő egyenlőtlenség grafikus megoldását!

a) $|x-1|<2$

b) $|3-2x|\leq 3$

11. Add meg a következő egyenlőtlenség megoldásait!

a) $2|x+1|>x+4$

b) $|x-2|<\frac{x-1}{2}$

c) $|x-1|+|2-x|>3+x$

12. Grafikusan oldd meg az egyenlőtlenséget!

a) $(x-3)(x+5)>0$

b) $(x+2)(x-1)\leq 0$

13. Oldd meg a másodfokú egyenlőtlenséget!

a) $x^2-64\leq 0$

b) $4x^2+x\geq 0$

c) $2x^2-7x-15<0$

14. Oldd meg a törtes egyenlőtlenséget!

a) $\frac{x+3}{4x-5}\geq 0$

b) $\frac{2x}{x-4}\leq 2$

c) $\frac{1}{x-1}\langle 3+\frac{2}{x-3}$

d) $\frac{x^2-2x}{x^2+5x+13}\langle 0$

15. Oldd meg az egyenlőtlenségeket, és a megoldás ábrázold számegyenesen!

a) $\sqrt{x}>-1$

b) $\sqrt{2x-5}>7$

c) $\sqrt{x^2}<x+1$

d) $\sqrt{x+12}<x$

e) $\sqrt{3x+1}>\sqrt{2-x}$

f) $\sqrt{x^2-4x}\geq x-41$

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY
EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja
OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

Zbierka úloh na prípravu na MŠ

Lineáris és másodfokú függvények

1.Definiálja a lineáris függvényt!

Egészítse ki:

2.A lineáris függvény grafikonja akkor halad át a koordinátarendszeren, ha b=

3.Definiálja a másodfokú függvényt!

4.Rajzoljon fel egy olyan másodfokú függvényt, mely páros és felülről korlátos!

5.Melyik állítás igaz az adott függvényre?

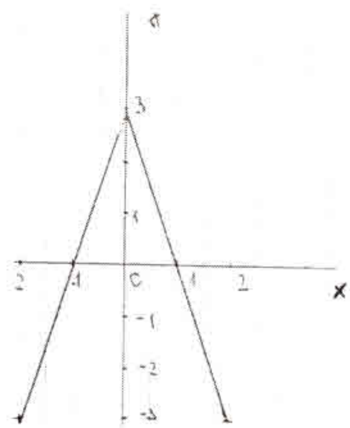
a) nem korlátos

b) értelmezési tartománya $\langle -3,3\rangle$

c) értékkészlete $\langle -2,2\rangle$

d) páros

e) egy-egyértelmű



6.Melyik függvény grafikonja látható az ábrán?

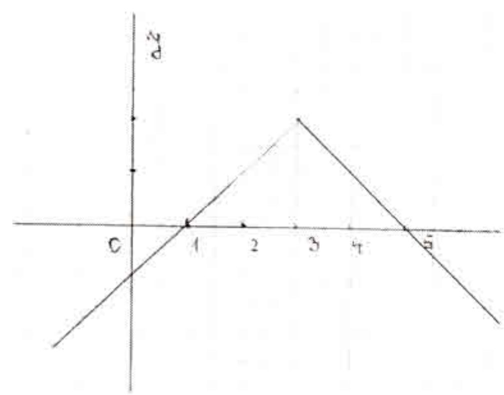
a) $y = |x-3| + 2$

b) $y = -|x-3| - 2$

c) $y = |x-3| - 2$

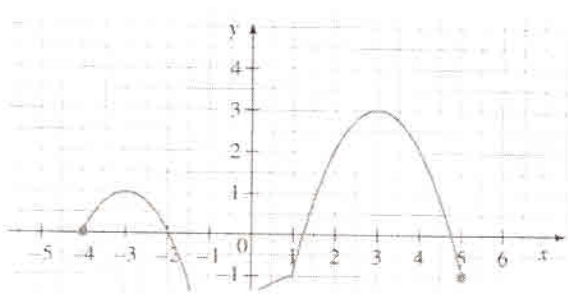
d) $y = -|x-3| + 2$

e) $y = |x-2| + 3$



7.Számítsátok ki az $y = x^2 + 5x + 2$ függvény csúcspontjainak koordinátáit!

8.Jellmezze a grafikon alapján a függvény tulajdonságait! (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, paritás, szélső értékek, korlátosság)



9.A lineáris függvény értékei $f(1)=-6, f(5)=2$. Mennyi a függvény értéke $f(-2)$-ben?

10.Határozza meg a függvény értelmezési tartományát!

$$f: y=\sqrt{2-3x}$$

11.Vázolja fel az adott függvény grafikonját!

$$f: y=2|x-1|+2$$

12. Vázolja fel az adott függvény grafikonját és határozza meg, hogy hol növekvő a függvény!

$$f: y=|-x^2+4x+1|$$

A hatvány és lineáris törtfüggvény

1. Definiálja a hatvány függvényt!

2. Érvényes –e a következő állítás?

Az f: $y = x^{-4} - 2$ függvény páros.

A) igaz B) hamis

3. Rajzoljon fel egy olyan hatvány függvényt, mely páratlan és csökkenő!

4. Az adott állítások közül, melyik **nem igaz** az: f: $y = \dfrac{4x+5}{x-3}$ függvényre?

A) $D(f) = R\text{-}\{3\}$

B) $H(f) = R\text{-}\{4\}$

C) a f függvény aszimptotái a_1: $x =$, a_2: $y = 3$

D) az f függvény egy- egyértelmű

E) az f függvény csökkenő

5. Döntse el, hogy melyik függvény grafikonja látható az ábrán!

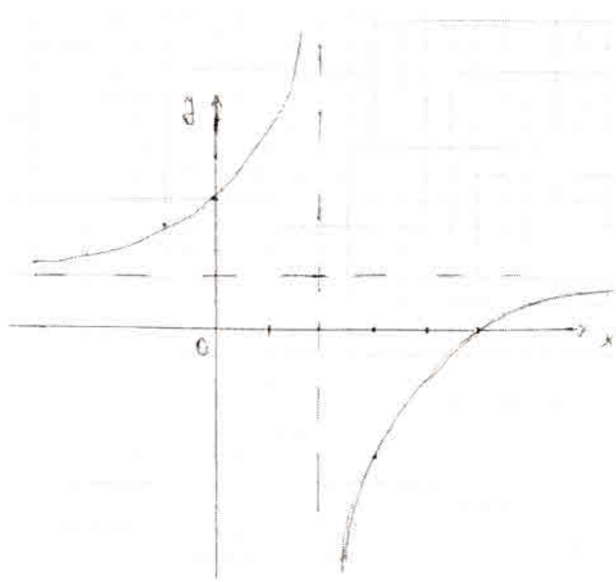
A) f: $y = 1 + \dfrac{3}{x-2}$

B) f: $y = 2 - \dfrac{3}{x-1}$

C) f: $y = 1 + \dfrac{3}{x+2}$

D) f: $y = 1 - \dfrac{3}{x-2}$

E) f: $y = 2 - \dfrac{3}{x+1}$



6. Vázold fel az adott függvény grafikonját!

$f\colon y = (x-1)^{-5} + 2$

7. Egészítsd ki:

Az $f\colon y = (x-3)^4 + 2$ függvény értelmezési tartománya …………, és értékkészlete ………

8. Írja fel az $f\colon y = \dfrac{2x+3}{x-5}$ függvény inverz függvényét!

9. Számítsd ki az **p** paramétert, ha a $f\colon y = \dfrac{x+10}{x-1}$ függvény grafikonja áthalad a $C[p,-5]$ ponton!

10. Vázolja fel a függvény grafikonját és jellemezze monotonitás szempontjából!

$f\colon y = \left|\dfrac{3x-2}{x-1}\right|$

Aritmetikai sorozat

1. Definiálja, mit nevezzünk sorozatnak!

2. Írja fel a öttel osztható természetes számok n-edik tagját!

3. Ábrázolja az $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ sorozat első négy tagját a Descartes -koordináta rendszerben!

$$a_n = (-1)^n . \frac{1}{n}$$

4. Írja fel a végtelen sorozat n-edik tagjára vonatkozó összefüggést!

$$1\ ,\ \frac{1}{2.\sqrt{2}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5\sqrt{5}}, ...$$

5. Írja fel a rekurzív módon megadott sorozatt első hat tagjádik!

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_n.a_{n+1}.a_{n+2} = 128$$

6. Egy számtani sorozat nyolcadik tagja 9, huszonkettedik tagja 21. Mennyi a tizenötödik tagja?

A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 15 **E)** 11 **F)** egyik sem

7. Mennyi a számtani sorozat differenciája, ha a tizenhetedik és huszonhatodik tagjának különbsége 270?

A) -30 **B)** - 17 **C)** 25 **D)** 27 **E)** 30 **F)** egyik sem

8. Hány számtani sorozat található az alábbi sorozatok között?

$$a_n = 2n-1, b_n = \frac{n^2-49}{n+7}, c_n = 9,.d_n = \sin(n.\pi), e_n = \cos(n.\pi)$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5 **F)** egyik sem

9. Számítsd ki az első 100 természetes szám összegét!

10. Számítsa ki a számtani sorozatnak az első tagját és differenciáját!

$a_1 + a_7 = 42, a_{10} - a_3 = 21$

11. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$1 + 7 + 13 + \ldots + x = 280$

12. A mozi nézőtere trapéz alakú. Az első sorban 85 szék, az utolsó sorban pedig 103 szék van. Minden sorban két székkel több van, mint az előzőben. Hány néző fér el a moziban, ha minden szék foglalt?

Mértani sorozat

1. Definiálja, mit nevezzünk mértani sorozatnak!

2. Írja fel a végtelen sorozat n-edik tagját!

$$\frac{1}{2.},\frac{1}{2},\frac{3}{8},\frac{1}{4},\frac{5}{32},\frac{3}{32},\frac{7}{128},....$$

3. Határozd meg rekurzív módon a sorozatot!

$$a_n = \frac{n+1}{n}$$

4. Ábrázolja az $\{a_n\}^{\infty}{}_{n=1}$ sorozat első hat tagját a Descartes -koordináta rendszerben!

$$a_n = \frac{n+1}{2n}$$

5. Hány számtani sorozat található az alábbi sorozatok között?

$$a_n = \sin^2 n + \cos^2 n, b_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n, c_n = \frac{n}{5}, .d_n = \cos(n.\pi), e_n = tg(n.\pi)$$

6. Határozd meg az **a** paraméter értékét, hogy az **a +1** , **a – 2, a + 5** a mértani sorozatnak három egymást következő tagja legyen!

A) -10 **B)** -2 **C)** -0,5 **D)** -0,1 **E)** 10 **F)** egyik sem

7. Mekkora a mértani sorozat kvóciense, ha

$$a_1 = 4, a_3 = \frac{1}{2}?$$

a) $\frac{1}{24}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ **d)** $\sqrt[3]{2}$ **e)** 2

8. Mekkora az n értéke annak a mértani sorozatnak, amelyben a sorozat kvóciense q = 9, $a_n = 3$[illegible] és

az első n tag összege $s_n = \dfrac{3^{27} - 3^7}{8}$?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10 **E)** 11 **F)** egyik sem

9. Számítsd ki a sorozat első húsz tagjának az összegét, ha $a_1 = 8$, $q = \dfrac{1}{2}$!

10. Számítsd ki a mértani sorozat az első tagját és kvóciensét!

$$a_1 + a_2 = 4, a_2 - a_4 = -24$$

11. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$x + 2x^2 + 4x^3 + 8x^4 + \ldots = 0,5$$

12. Mennyi idő alatt csökken a műszer vételára a kétharmadára, ha minden évben 10%-al kevesebb lesz mint az előző évben!

Typy úloh pre I.O

Oszthatóság

1. Válaszd ki a 4-gyel osztható, majd a 3-mal osztható számokat:

   3572   3180   3975   4330   4296   6240

   4-gyel osztható: ....

   3-mal osztható: ....

2. Bontsd prímszámok szorzatára a következő számokat:

   180   450

   Számítsd ki a legnagyobb közös osztójukat: ....

   Számítsd ki a legkisebb közös többszörösüket: ....

3. Két futó edz a körpályán. Egyszerre indultak. Az egyik 10 percenként két kört tesz meg, a másik pedig 3 kört. Az indulástól számítva mikor haladnak át legközelebb egyszerre a startvonalon?
4. A 66 lapos kártyapakliban 6 kincs, 12 védelem és 18 életerő-csökkentő kártya van. A többi kártyán akciók vannak. Hány gyerek játszhat ezzel a játékkal, ha minden kártyát szét kell maguk között osztani, és minden gyerek minden kártyafajtából ugyanannyi darabot kap?
5. Az elkényeztetett királylány sorba állította 100 kérőjét. Minden másodikat délcegnek és minden harmadikat bátornak nyilvánított. Végül a délcegnek és bátornak is kijelölt kérők vehettek részt a hétpróbás viadalon, melynek győztese elnyerte a királylány kezét. Hányan indultak a viadalon?

Tizedestörtek, műveletek tizedestörtekkel

1. Írd le a következő tizedestörteket:

   Két egész nyolc tized: ....

   Ötvenkét egész három század: ....

   Nulla egész tizenöt ezred: ....

   Százkét egész százkét ezred: ....

2. Végezd el a műveleteket!

   47,065 . 100 = ...

   578,17 : 10 = ...

3. Hajtsd végre írásban a műveleteket!

   13,06 + 7,528 + 3,6 = ...

   429,08 – 37,403 = ...

   14,85 . 12 =

45,06 : 6 = ...

54,6 . 6,7 = ...

0,008 . 9,06 = ...

33,6 : 0,6 = ...

6,48 : 1,2 = ...

4. Pótold a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

   7,56 dm = ... m = ... mm

   1,26 km = ... m = ... cm

5. Írd növekvő sorrendbe:

   4,6 0,406 0,64 4,16 0,6 6,4

6. Írd csökkenő sorrendbe:

   3,7 0,307 0,73 3,17 0,7 7,3

7. Pál 54,4 kg papírt gyűjtött eddig, 4,9 kg-mal kevesebbet, mint barátja.
   Mennyit gyűjtöttek ketten együtt?

8. Egy függöny métere 8,12 € -ba kerül, 10,5 métert vettünk belőle. Mennyit fizettünk?

9. 1,5 liter tej tömege 1,545 kg. Mennyi a tömege 1 liter tejnek?

Területszámítás

1. A négyzet alakú iskolai sportpályát körülvevő kerítés hossza 1600 m.
   Hány hektár a pálya területe?

2. Hány m^2 papírra van szükség egy olyan 180 oldalas könyv elkészítéséhez, amelynek lapjai 22 cm és 15 cm méretűek?

3. Egy doboz festék 8 m^2- re elegendő. Egy 4 m oldalú, négyzet alakú padlót szeretnénk befesteni. Elég lesz-e két doboz festék?

4. Mekkora a négyzet területe, ha kerülete
   a) 356 cm;
   b) 4000 mm?

5. Ha egy 120 hektáros téglalap alakú szántóföld egyik oldalának hossza 1,5 km, akkor a másik oldala milyen hosszú?

6. Ha egy 480 méter kerületű téglalap alakú kert egyik oldala 76 méter, akkor milyen hosszú a másik oldala?

7. Mekkora a 100 hektáros négyzet alakú legelő oldalának hossza?

8. Mekkora a 244 méter kerületű négyzet alakú park oldalának hossza?

9. Daniék vásároltak egy 20 méter széles és 25 méter hosszú hétvégi telket. A telekre elhelyeznek egy 64 m^2-es faházat. Szeretnék körbekeríteni, ehhez a kerítésoszlopokat öt méterenként kell elhelyezni. Hány darab oszlopra lesz szükségük a körbekerítéshez? Mekkora rész marad beépítetlenül, amikor elkészül a faház?

10. Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

$50\ 000\ mm^2 = 5$ .... = ...cm^2 .

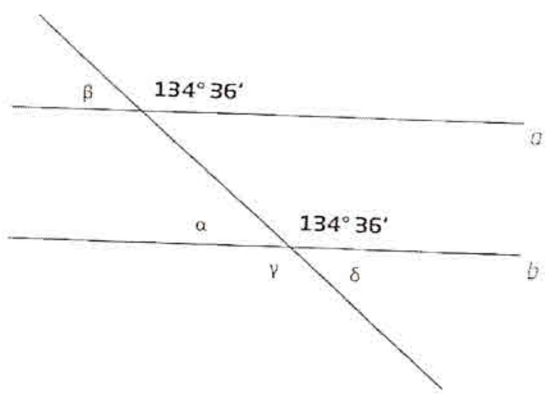
6 ha = ... m^2 = 6 000 000 ....

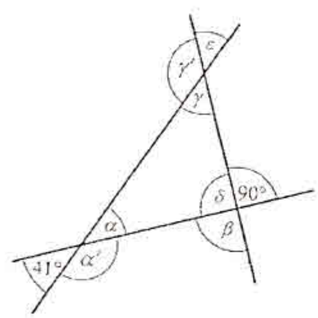
$250\ 000\ m^2 = 25$ .... = 25 000 000 ....

$3\ 000\ cm^2 =$ .... m^2 = ... mm^2 .

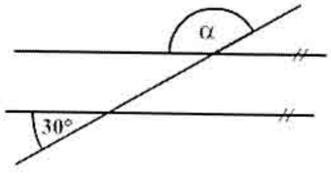
Szögek, háromszögek

1. Szögmérő segítségével rajzolj egy 50°-os szöget!
   Felezd meg! (körző és vonalzó segítségével)
2. Hány fokos szöget zárnak be az óra mutatói
   a) 2 órakor
   b) 10:30 órakor (fél 11-kor)
3. Határozd meg az $\alpha + \beta$ értékét és az $\alpha - \beta$ értékét, ha $\alpha = 38°\ 46'$ és $\beta = 24°\ 32'$!
4. Számítsd ki a megjelölt szögek nagyságát!





5. Szerkeszd meg az ABC háromszöget, ha adottak oldalai:
   a = 7 cm
   b = 5 cm
   c = 8 cm
6. Szerkessz háromszöget 3 cm-es és 3,5 cm-es oldalakkal, ha a közbezárt szög 75°!
7. Számítsd ki az ábrán látható α szöget:



8. Mekkorák a háromszög belső szögei, ha két külső szöge 45° és 170° ?

Typy úloh pre II.O

Törtek

1. Rajzolj egy 12 cm hosszú szakaszt!

   Színezd zölddel a két harmad részét!

   Színezd kékkel a két harmad részének az egy negyedét!

   Hány centiméter hosszú szakasz ez?

   A szakasz mekkora része maradt színezetlen?

2. Kirándulni mentünk busszal, és az utazást 3 órára megszakítottuk.

   A 3 óra egy ötöd részében futballoztunk, egy harmad részében hegyet másztunk. Hány percünk maradt a szalonnasütésre?

3. Pótold a hiányzó számlálókat és nevezőket:

   $\frac{4}{5} = \frac{}{15}$ $\quad$ $\frac{8}{6} = \frac{4}{}$ $\quad$ $\frac{3}{2} = \frac{}{8}$ $\quad$ $\frac{28}{} = \frac{7}{11}$

4. Hasonlítsd össze a törteket:

   $\frac{2}{7} \quad \frac{5}{7}$ $\qquad$ $\frac{13}{18} \quad \frac{13}{10}$ $\qquad$ $\frac{9}{7} \quad \frac{11}{9}$ $\qquad$ $\frac{17}{6} \quad \frac{19}{8}$

5. Írd fel a tizedestörteket törtalakban:

   3,2 =

   0,371 =

   0,14 =

   0,7 =

6. Írd fel a törteket tizedestörtalakban:

   $\frac{53}{100} =$ $\quad$ $\frac{14}{5} =$ $\quad$ $\frac{7}{25} =$ $\quad$ $\frac{5}{2} =$

7. Végezd el a műveleteket, ahol lehet egyszerűsíts!

   $\frac{4}{15} + \frac{1}{5} =$ $\qquad$ $\frac{8}{6} + \frac{3}{4} =$

   $\frac{2}{5} - \frac{1}{10} =$ $\qquad$ $\frac{7}{2} - \frac{3}{7} =$

   $1 + \frac{5}{9} =$ $\qquad$ $\frac{11}{3} - 2 =$

   $\frac{2}{7} \cdot 6 =$ $\qquad$ $\frac{13}{18} \cdot \frac{3}{10} =$

$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}=$

$\frac{5}{6}:3=$ $\frac{4}{5}:\frac{2}{3}=$

$\frac{3-\frac{1}{2}}{4\cdot\frac{1}{4}}=$ $\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{5}{9}-\frac{1}{3}}=$

8. Egy kiránduláson az első órában megtettem a tervezett út 1/4 részét, a második órában a 3/8 részét, a harmadik órában a 3/16 részét. A tervezett út mekkora részét tettem meg eddig? Mekkora része van még előttem?

Arány, arányosság

1. Ossz el 648 almát 1 : 5 : 6 arányban!
2. A kalácssütéshez 250 g cukor, 6 tojás, 6 doboz joghurt, 18 g liszt szükséges. Változtasd meg a receptet úgy, hogy csak 3 doboz joghurt kerüljön a kalácsba!
3. A rúd magassága 4 m, árnyékának hossza 7,2 m. Milyen magas az a rúd közelében álló fa, amelynek árnyéka ugyanabban az időpontban 8,1 m hosszú?
4. A tervezett munkát 4 alkalmazott 28 nap alatt végezné el. Hány személyt kell alkalmazni, hogy a tervezett munka 8 nap alatt készüljön el?
5. Pozsony térképén, amelynek méretaránya 1 : 200 000, a Duna-szakasz hossza 12,3 cm. Hány kilométeres a Duna szakasza a valóságban ezen a területen?
6. Emil és Flóra horgásztak, és összesen 20 halat fogtak. A két gyerek által fogott halak aránya 2 : 3. Hány halat fogott Flóra?
   A kifogott halmennyiség hány százalékát fogta ki Emil?
7. Egy kerékpáros 1 perc alatt 300 m utat tesz meg.
   Mekkora utat tesz meg 15 perc alatt?
   Hány másodperc alatt tesz meg 100 m-t?
8. Egy 72 fogat tartalmazó fogaskerék percenként 180 fordulatot tesz. Meghajt egy 48 fogat tartalmazó fogaskereket.
   Mekkora a meghajtott kerék percenkénti fordulatszáma?
   Hány fogat tartalmazó fogaskerékkel kell kicserélni a meghajtott kereket, ha azt akarjuk, hogy a fordulatszáma 540 legyen percenként?

Százalékszámítás

1. Mennyi a 325 € 32 %-a?
2. Határozd meg azt a számot, amelynek 25 %-a 125!
3. A 400 kg-nak hány százaléka a 480 kg?
4. Mennyi a 200 kg 17 %-a?
5. 170 m huzalból felhasználtunk 102 m-t.
   A huzal mekkora részét használtuk fel?
   Hány százaléka maradt meg a huzalnak?
6. Egy földterületnek felástuk a 42 %-át, 630 m^2-t.
   Hány négyzetmétert kell még felásni?
7. Andris a százalékszámítás-dolgozatra készül. Megoldotta a feladatgyűjtemény 40 darab témához tartozó feladatának 55%-át. Hány feladatot kell még megoldania, ha szeretné az összeset megcsinálni?
8. Egy 700 fős iskolában a diákok 12%-a tanul zenét. A zenét tanuló diákok 25%-a sportol is.
   a) Hány diák tanul zenét az iskolában?
   b) Hány zenét tanuló sportoló van az iskolában?
9. Tejszínből vajat készítünk. Ennek során a tejszín tömegének 62%-a lesz a vaj tömege. Készíthető-e 5 kg vaj 8 kg tejszínből?
10. A hatodik évfolyamra 60 gyerek jár. A hatodikosok 85%-a sportol, és közülük minden harmadik gyerek valamilyen iskolai szakkörre is jár. Hány olyan hatodikos van, aki sportol, de nem jár iskolai szakkörre?

Térfogatszámítás

11. Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!
    50 000 mm^3 = 50 .... = ... dm^3
    25 l = ... dm^3 = ... cm^3
    6 hl = ... m^3 = 600 000 ....
12. 4. Egy palántaültető láda méretei: 4,5 dm, 3,2 dm és 8 cm. Hány négyzetméter faanyag szükséges 25 db ilyen láda elkészítéséhez?
13. Hány tonna földet kell elszállítani, ha egy ház alapozásakor 15 m hosszú, 8 m széles és 2,8 m mély, téglatest alakú gödröt ásnak ki? 1 m^3 föld tömege körülbelül 1500 kg.
14. Hány liter víz van egy csordultig telt téglatest alakú akváriumban, amelynek a belső mérete: 32 cm-szer 55 cm-szer 40 cm?
15. Egy medence szélessége 12 méter, a hossza 50 méter, a víz mélysége mindenütt 2 méter. Hány hektoliter vízzel töltötték meg?

16. Egy mélygarázs építésénél egy 40 méter széles és 60 méter hosszú területről 15 méter mélyen elszállították a földet. A szállítást olyan teherautókkal végezték, amelyekre 6 m^3 földet lehetett rakni. Hány fordulóval tudták elszállítani ezt a mennyiséget?

17. A 8 cm élű kocka vagy a 7 cm, 8 cm, 9 cm élű téglatest térfogata a nagyobb?

18. Józsi megnézte hazánk csapadékviszonyait bemutató térképét. Megállapította, hogy lakóhelyén átlagosan 600 mm csapadék hullik évente. Hány hektoliter csapadékot jelent ez éves viszonylatban a 300 m^2 területű kiskertjében?

Kombinatorika

1. Öt jó barát minden nap egyszerre érkezik a tanterem bejáratához. Az első iskolai napon elhatározták, hogy mindennap másféle sorrendben lépnek be a terembe. Vajon megtehetik ezt a téli szünet megkezdéséig? Hányadik tanítási napon fog megtörténni, hogy kénytelenek olyan sorrendben belépni a terembe, amilyen korábban már előfordult?
2. A 100 méteres síkfutás döntőjében nyolc versenyző állt rajthoz. Hányféleképpen lehet elképzelni az érmek kiosztását?
3. Hányféle sorrendben rakhatod egymás mellé a következő szavak betűit? A megoldások között értelmes szavak is lesznek. Írd le ezeket!
   a) RÉT;
   b) ADNI;
   c) TAPOS
4. Hány különböző ötjegyű számot tudsz előállítani a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával?
5. Egy nyolcfős társaságban mindenki mindenkivel kezet fogott. Hány kézfogás történt összesen?

Typy úloh pre III.O

Racionális számok

1. Számítsd ki:
   a) $1,1 + 0,002 - 2,22 =$
   b) $-1,7 + (-1,7 + 3,4) - 2 =$
   c) $12 : (- 0,5) =$
   d) $4 . 2,3 =$
2. Melyik számot írjuk a ♡ helyére, hogy igaz legyen az egyenlőség?
   a) 23+(−14)=♡
   b) (−17)−(+11)=♡
   c) (−13)+|−8|=♡
   d) 13−♡=−1
   e) 8+♡=3
   f) (−9)−♡=−5
   g) ♡+(−11)=−4
   h) ♡−(−6)=−7
   i) ♡+|−8|=5
3. Végezd el a következő műveleteket!
   a) $(-11) \cdot (+4) + (-8) \cdot (-3)$
   b) $(-23) \cdot (+2) - (-5) \cdot (-5 - 7)$
   c) $(+123) \cdot (-2) + (38 + 19) \cdot (-9)$
   d) $(-22 + 9) \cdot (-6) \cdot (-2) - (+5) \cdot (-15)$
4. A 320 °C-os kemencét hajnali 4 órakor Kis Bence kikapcsolta. A kemence hőmérséklete a kikapcsolás utáni 6 órában átlagosan óránként 47 °C-kal csökkent.
   a) Hány fokos lett a kemence délelőtt 10 órára?
   b) Ki lehet-e számolni, hogy reggel 7-kor hány fokos volt? Válaszodat indokold meg!
5. Végezd el a következő műveleteket!
   a) $(-24) : (+8) + (+119 - 29) : (-5)$
   b) $(+56) : (-7) - (-108) : (-17 + 14) : (-2)$
   c) $(-136) : (+5 - 13) - (+209) : (-11)$
   d) $(-72) : (-4) : (-2) + (-27 - 78) : (-15)$

Körvonal, kör

1. Szerkessz egy k(O; r = 3,5 cm) kört, és rajta kívül vegyél fel egy tetszőleges M pontot, majd szerkessz érintőt az M ponton keresztül a *k* körhöz!
2. Egy parkba kör alakú pázsitot terveznek, amelynek átmérője 10 m.
   a) Hány négyzetméter területet kell fűmaggal bevetniük?
   b) A pázsit szélére keskeny virágágyást terveznek. Hány méter hosszú ez az ágyás?
3. Egy kör sugara 6 cm. Határozd meg a 60°-os középponti szöghöz tartozó körív hosszát és körcikk területét!
4. Egy kör területe közelítően 45,35 cm^2. Számítsd ki a kör kerületét!
5. Mennyit fordul egy 60 cm átmérőjű kerék egy 120 m-es úton?
6. Ha a Föld sugarát 6370 km-nek vesszük, akkor milyen hosszú az Egyenlítő?
7. Mekkora területet fednek a 20, 24, 30 és 36 cm átmérőjű fedők?
8. Egy 28 cm átmérőjű körből a lehető legnagyobb négyzetlapot vágtuk ki. A körlap hány százaléka lett hulladék?

Területszámítás

19. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 6 cm, az alaphoz tartozó magassága 3 cm. Szerkeszd meg a háromszöget! Számítsd ki a területét!
20. Számítsd ki az ABCD paralelogramma területét, ha az egyik oldala 5 cm, és a hozzá tartozó magasság 3,5 cm!
21. Számítsd ki, hogy hány kg festék szükséges 10 000 olyan egyenlőszárú háromszög alakú plakát kinyomtatásához, amelynek alapja 40 cm, és az alaphoz tartozó magassága 24 cm! Tudjuk, hogy 22 m^2 nyomtatott felület elkészítéséhez 1 kg festékre van szükség.
22. A rombusz átlói e = 4,8 cm, f = 6,4cm. Készíts vázlatot!
    Határozd meg a rombusz oldalainak hosszát!
    Határozd meg a területét és a kerületét!
    Mekkora a rombusz magassága?
23. A mozaiklemez alakja olyan egyenlő szárú háromszög, amelynek alapja 2 cm, és az alaphoz tartozó magassága 4 cm hosszú. Legalább hány ilyen háromszögre lesz szükségünk az 1,5 m^2 területű fal beburkolásához?
24. Egy szabályos háromszög kerülete 12 cm, magasságát 3,6 cm-nek mértük. Mekkora a területe?
25. A tetőtéri szoba háromszög alakú ablakának árnyékolását szeretnénk megvalósítani. A szalagfüggöny kivitelezési költségét az ablak területe adja. Mekkora ez a terület, ha az ablak szélessége 240 cm, magassága 180 cm?

Trapéz

1. A ház homlokzata egyenlő szárú trapéz alakú. A trapéz egyik alapja 10,2 m, a másik alapja 5,4 m, magassága pedig 4,8 m. Számítsd ki a homlokzat területét!
2. Szerkessz ABCD trapézt, ha adott:

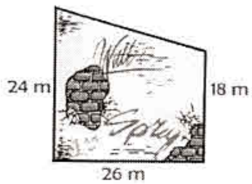
   a = 5 cm

   b = 4 cm

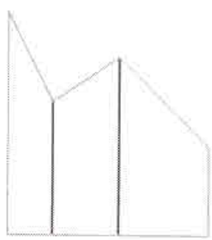
   $\alpha = 60^\circ$

   $\beta = 75^\circ$
3. Számítsd ki a trapéz területét és kerületét, amelyben

   $a = 8$ cm, $b = 3{,}3$ cm, $c = 4$ cm, $d = 33$ mm, $m = 2{,}5$ cm!
4. *Egy tűzfal trapéz alakú. Mennyi vakolatra lesz szükség a felújításnál, ha m^2-enként 32 kg anyagot használnak fel?*



5. *Mekkora az ábrán látható sokszög területe, ha a függőleges szakaszok hossza 10 cm, 6 cm, 8 cm és 4 cm, és a szomszédos függőleges szakaszok távolsága 2 cm, 3 cm és 4 cm?*



Kifejezések

1. Írd fel a szövegnek megfelelő kifejezéseket!

   a) harminchárom és tizennyolc összege osztva öttel

   b) tizennyolc és tizenkettő összegének és különbségének hányadosa
2. Határozd meg a **4 – 3.x**, kifejezés helyettesítési értékeit,

   ha x = 1; - 4; 0,2!
3. Írd fel:

   a) a **3x** és **4y** kifejezések összegét

   b) a **t + 0,2** és **8s** kifejezések szorzatát

   c) a **1,4x – 0,7y** kifejezésnek és a **2**-nek a hányadosát!
4. Írd fel:

   Az **r** számból kivontuk a **2x** és **y** számok összegét, majd a **z** számot is kivontuk!
5. Az alma tömege **x** gramm, a körte tömege **25** grammal több, a dinnye tömege pedig **12**-szer több a körte

6. Anna a strandon fagyit és lángost vásárolt. Összesen 1,70 Eurót fizetett.

   Mennyibe került a fagyi, ha a lángost 90 centért vette?

   Hogyan változik a feladat kiszámítása, ha a lángos ára 90 cent helyett: 75, 80, 95 cent. Készíts táblázatot!

   Írd le a kifejezést, melynek segítségével megoldottad a feladatot!

7. Végezzük el az összevonásokat! Ellenőrizzük az összevonás helyességét a helyettesítési érték kiszámításával!

   a) (5a - 2b) + (7a - 11) - (5b - 6) = ... a = -1, b = 3

   b) 3.(2x - 1) + 2.(3 - 5x) = ... x = -2

Valószínűségszámítás

1. Mi a valószínűsége annak, hogy egy kockával 3-nál kisebbet dobunk?
2. Egy dobozban 20 korong van. Mindegyiken más-más (1-től 20-ig terjedő) szám olvasható. A korongokat alaposan összekeverjük, majd egyet találomra kihúzunk. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott korongokon olvasható szám
   - kisebb, mint 8
   - nagyobb, mint 12
   - egyjegyű
   - kétjegyű
   - hárommal osztható
   - számjegyeinek összege 10?
3. Egy urnában egy-egy piros, kék és fehér golyó van. A versenyző kihúz egy golyót, visszahelyezi az urnába, és húz. Akkor nyer, ha egyik kihúzott golyó sem piros. Számítsd ki a nyerés valószínűségét!
4. Egy 32 lapos magyarkártya-csomagból Karcsi kihúzta a zöld királyt, Attila a zöld hetest.

   Most Balázs húz egy lapot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy

   a) a zöld királyt húzza

   b) zöldet húz

   c) figurát húz

   d) hetest húz?
5. Három pénzdarabot egyszerre feldobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy

   a) 3 fej

   b) 2 fej, 1 írás

   c) 1 fej , 2 írás

   d) 3 írás

Typy úloh pre IV.O

Hatványok

1. Írd le hatványalakban:

   12 . 12 . 12 = ……………………………………

   0,09 . 0,09 . 0,09 . 0,09 = …………………………
2. Egy kocka térfogata 343 dm^3. Mekkora az oldala?
3. Alakítsd át a normálalakú számokat helyértékes alakúakká:

   A Nap átmérője: $1{,}392 \cdot 10^9$ m = ………………………………

   A Föld tömege $5{,}983 \cdot 10^{21}$ t = …………………………………
4. Írd fel normálalakban:

   935 000 000

   4 500 000 000

   275 000

   82 976 293

   0,0036842

   0,00000000071
5. Számítsd ki: $\sqrt{14\,400}$ = ………………………………

   $\sqrt{0{,}0064}$ = ………………………………

   $\sqrt[3]{27}$ = ………………………………

   $\sqrt[3]{0{,}008}$ = ………………………………
6. Számítsd ki:

   $7^{10} \cdot 7^6$ = ……………………………………………

   $3^5 : 3^2$ = ……………………………………………

   $(6^3)^2$ = ……………………………………………
7. Számítsuk ki a műveletek eredményét!

   a) $(5{,}5 \cdot 10^{-3}) \cdot 2000$

   b) $(1{,}6 \cdot 10^{-6}) \cdot (2{,}5 \cdot 10^8)$

   c) $(2{,}07 \cdot 10^{-3}) : (3 \cdot 10^{-4})$

Pitagorasz tétele

1. Állapítsd meg, hogy derékszögű-e az az ABC háromszög, amelynek oldalai:

   a = 12 cm, b = 5 cm és c = 13 cm
2. Számítsd ki az a = 8 cm oldalú szabályos háromszög magasságát!
3. Egy téglalap egyik oldala 4 cm, az átlója 6 cm. Határozd meg a téglalap kerületét és területét!
4. Számítsd ki a kocka testátlóját, ha élei 3 cm-esek!

5. Határozd meg a $m = 7$ cm magasságú és $a = 8$ cm alapú egyenlő szárú háromszög szárainak hosszát!
6. Egy vitorlás hajó egy szigetről kelet felé indul és 12 km-t tesz meg, ekkor dél felé fordul és újra megtesz 12 km-t. Milyen távolságra van ekkor a hajó a szigettől?
7. Egy fészer ajtaja 90 cm széles és 210 cm magas. Egy átlós vaspánttal szeretnénk megerősíteni. Milyen hosszúságú ez a vaspánt?
8. Egy kétágú létra zárt állapotban 2,4 méter magas. Ha kinyitjuk, akkor lábai 1,2 méterre vannak egymástól. Milyen távolságra van a vízszintes talajtól a kinyitott létra legmagasabb pontja?

Egyenletek, egyenlőtlenségek

1. Oldd meg az egyenleteket a valós számok halmazán, és végezd el a próbát!
   $5x - 8 = 2x + 1$
   $4(x - 3) = 2(x + 5)$
2. Oldd meg az egyenleteket a valós számok halmazán, és végezd el a próbát!
   $5x - 8 = 2x + 1$
   $4(x - 3) = 2(x + 5)$
3. Oldd meg az egyenleteket a valós számok halmazán, és végezd el a próbát!
   $\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{3}$
   $8 = \frac{x+1}{x-6}$
4. Oldd meg az egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!
   $8(3 - x) \leq -9x$
5. Egy földdarabot az egyik erőgép 6 óra, a másik 9 óra alatt szántana fel. Hány óra alatt végzik el együtt a munkát?
6. Egy hangversenyterem háromszintes mélygarázsában összesen 166 autó parkol. A középső szinten 30-cal több autó áll, mint a legalsón. A legalsón feleannyi van, mint a legfelsőn. Hány autó parkol az egyes szinteken?
7. Egy kiránduláson az első napon kétszer annyit tettünk meg, mint a második napon és 35 km-rel többet, mint a harmadik napon. Mennyi utat tettünk meg naponta, ha a kiránduláson 300 km-t utaztunk összesen?
8. Két falu 70 km-re van egymástól. Két kerékpáros a két faluból reggel 8-kor elindul egymással szemben. Az egyik sebessége 13km/h, a másiké 15 km/h. Mikor találkoznak? Hány kilométert tesznek meg találkozásukig külön-külön?
9. Egy ház tatarozásával az egyik mester 24 nap, a másik mester 36 nap alatt készülne el. Hány nap alatt végeznék el együtt a munkát?
10. 25 liter 60 °C-os és 50 liter 90 °C-os vizet összekevernek. Mekkora lesz a keverék hőmérséklete?

Függvények

1. Ábrázold az $y = 2x - 3$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az adott pontok közül melyik van a grafikonon!

   A = (2,3), B = (-2,-6), C = (5,7), D = (-1,-5)

2. Adott az $y = 2x - 1$ lineáris függvény. Határozd meg a pontok hiányzó koordinátáit úgy, hogy azok a grafikonon legyenek!

   A = (2,), B = (,-3), C = (¼,), D = (,9)

3. Csoportosítsd a függvényeket meredekségük szerint!

   a : $f(x) = 3x - 4$; b : $f(x) = 4x - 3$; c : $f(x) = 3x + 3$; d : $f(x) = -2 + 4x$; e : $f(x) = -4 - 3x$;
   f : $f(x) = -3x + 3$; g : $f(x) = -4x - 3$; h : $f(x) = -4x - 3x$; i : $f(x) = 4 + 3x$; j : $f(x) = 1 - 4x$

4. Balázs elment vásárolni. 2 perc alatt 150 m-t tett meg. 8 perc alatt ért a boltba, ahol 5 percet töltött. Visszafelé ugyanazon az úton ment és sietett, ezért 6 perc alatt hazaért.
   a) Ábrázold Balázs mozgását az idő függvényében indulástól hazaérkezésig!
   b) Milyen messze volt a bolt?
   c) Mennyi ideig volt távol?
   d) Mikor haladt el a házuktól 300 m-re lévő fagyizó előtt?

5. Egy egyenletesen égő henger alakú gyertya magassága a meggyújtás után 10 perc alatt 2 cm-t csökken.
   a) Ábrázoljuk a 15 cm-es gyertya magasságának változását az idő függvényében!
   b) Mennyi idő alatt ég le a gyertya?
   c) Mennyi idő múlva lesz a gyertya magassága 8 cm?
   d) Milyen magas lesz a gyertya 25 perc múlva?

Alakzatok hasonlósága

1. Egy pózna 19,2 m-es árnyékot vet. Egy 1,6 m magas ember árnyéka 2,4 m hosszú. Milyen magas a pózna?
2. Ossz fel egy 7 cm-es szakaszt 3 : 5 arányban!
3. Adott az ABC háromszög: a = 6 cm, b = 8 cm, c = 4 cm. Mekkorák az ABC háromszöghöz hasonló háromszög oldalainak hossza, ha a c oldalnak megfelelő oldala c' = 6 cm.
4. Rajzolj tetszőleges szakaszt, végpontjait jelöld A-val és B-vel! Szerkesztéssel oszd két olyan részre, amelyek hosszának aránya 3:4.
5. Egy 2 m magas oszlop árnyéka 1,6 m. Milyen magas az a torony, amelynek árnyéka 33,6 m?
6. A térkép méretaránya 1 : 1 100 000. Nyitra és Besztercebánya távolságának a térképen egy 8,2 cm-es szakasz felel meg. Számítsd ki a két város valódi távolságát!
7. Egy zöld háromszög oldalainak aránya 6:6:11. Egy hozzá hasonló piros háromszög kerülete 285,2 cm. Mekkora a piros háromszög oldalainak hossza?

Szimmetria a síkban

1. Adott az ABCD téglalap $a = 5$ cm, $b = 3$ cm oldalakkal. S pont az AB oldal felezőpontja. Legyen a t tengely az S, C pontokon áthaladó egyenes. Szerkeszd meg az ABCD téglalap képét a t tengelyes tükrözésében!
2. Adott a k(O, r = 3 cm) körvonal, és a körvonalon kívül fekvő A pont. Szerkeszd meg a k körvonal képét az A pont szerinti középpontos tükrözésben!
3. Adott egy konvex szögtartomány és belsejében egy S pont. Szerkessz olyan négyzetet, amelynek S a középpontja, két szemközti csúcsa pedig az adott szög egy-egy szárán helyezkedik el!
4. Rajzolj vonalzóval egy négyszöget a füzetedbe! Válaszd ki az egyik oldalát tengelynek, az egyik csúcsát középpontnak. Szerkeszd meg a négyszög tengelyes és középpontos tükörképét!
5. Ábrázold koordináta-rendszerben az A(−2;−2), B(4;2), C(3;4), D(−3;2) koordinátákkal megadott négyszöget! Add meg az $ABCD$ négyszög: x tengelyre vett $A'B'C'D'$ tükörképét; y tengelyre vett $A''B''C''D''$ tükörképét!

Statisztika

1. Az iskolai büfében hétfőn 23, kedden 20, szerdán 31, csütörtökön 18, pénteken 27 doboz almalevet adtak el.

   Készíts táblázatot, amely tartalmazni fogja az egyes napok almalé-fogyasztásának abszolút és relatív gyakoriságát!

   Számítsd ki a napi átlagfogyasztást!

   Szemléltesd diagrammal az egyes napok almalé-fogyasztását!

   Mely napokon volt a fogyasztás átlagon felüli?
2. **Határozd meg a 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 6; 6 számok átlagát, móduszát, mediánját!**
3. Egy 28 fős osztály átlaga irodalomból pontosan 4,25.

   Ha hét gyereknek lenne kettese, akkor milyen jegye lenne a többieknek?

   Lehet-e nyolc gyereknek kettese?

   Hány gyereknek van négyese, ha csak négyes és ötös volt az osztályban?

   Mi lehet a módusz?
4. **A 124 nyolcadikos megszavazhatta, hogy ki „a legjobb fej” a tanárok között. 46 szavazattal Judit néni nyert, 29 szavazattal Tóni bácsi lett a második, és 26 szavazattal Szilvi néni a harmadik. A többi szavazaton három másik tanár osztozott. Ábrázold a kapott szavazatokat oszlop- és kördiagramon is!**
5. **A cukrászdában 84 vanília, 47 csokoládé, 44 pisztácia és 35 eper fagylaltot adtak el.**
   a) **Mi az adatok módusza?**
   b) **Mekkora az egyes fagyik relatív gyakorisága?**
   c) **Készíts kördiagramot az adatok ábrázolásához!**

6. Hét pozitív egész szám között szerepel az 1-es és a 3-as, a hét szám átlaga 3, mediánja és módusza 2. Adj meg hét ilyen számot!

Testek térfogata és felszíne

1. Hány liter víz fér a felül nyitott, téglatest alakú, 5 m széles, 24 m hosszú és 2 m mély medencébe? Hány 20 cm x 20 cm-es csempével lehet kicsempézni a medencét?
2. Mekkora annak a gúlának a felszíne és térfogata, amely egy 10 cm oldalhosszúságú kockában helyezkedik el úgy, hogy alapja a kocka alaplapja, csúcsa pedig a kocka fedőlapjának középpontja.
3. A szállítószalagról leömlő homok 3 m magas és 8 m átmérőjű kúpot alkot. Mennyi a tömege ennek a homoknak, ha 1 m^3 homok tömege 1,8 t?
4. Egy meleg levegővel töltött léggömb átmérője 18 m. Mekkora a léggömb felszíne? Hány köbméter meleg levegő kellett a megtöltéséhez?
5. Egy paralelogramma egyik oldala 4 cm, a hozzá tartozó magassága 2,5 cm, a másik oldala 3 cm. Ez a paralelogramma egy 3,5 cm magas egyenes hasáb alaplapja.
   a) Számítsd ki a hasáb felszínét!
   b) Számítsd ki a hasáb térfogatát!
6. Egy négyzet alapú szabályos gúla alakú toronytető alapéle 4,0 m, a torony padlásterének a magassága 4,8 m. Mennyi bádogra van szükség a befedéséhez, ha 10 % hulladékra kell számítani?
7. Mekkora a felszíne és a térfogata annak a forgáskúpnak, amelynek átmérője 26 cm, magassága pedig 8 cm?